



BY P'Tap

-  เลขเด็ด By OnDemand
-  พี่เทป ALevel (เอเลเวล)
กวดวิชานิตศาสตร์
-  P_tap
-  @ptap_ondemand

ติว

Math

สรุปเนื้อหามัธยมปลาย (น้องม.6 DEK69)

สรุปเนื้อหาหมัธยมปลาย

ตอนที่ 3

“ ลิมิต ”



ลิมิต

บทนิยาม

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ หมายความว่า $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ หมายความว่า $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางขวา

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ ก็ต่อเมื่อ } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

หลักการหาลิมิตของฟังก์ชัน

พิจารณา $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ให้แทน x ด้วย a

ถ้าได้ $\frac{\text{เลข}}{\text{เลข}}$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{เลข}}{\text{เลข}}$

ถ้าได้ $\frac{0}{\text{เลข}}$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

ถ้าได้ $\frac{\text{เลข}}{0}$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \text{หาค่าไม่ได้}$

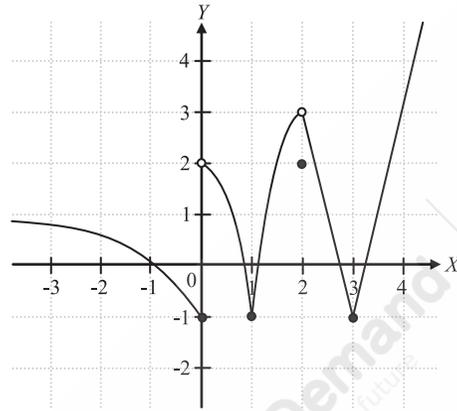
ถ้าได้ $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ จะได้ว่า $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ สรุปลimit ไม่ได้

→ ให้แยก factor

→ คูณด้วย Conjugate

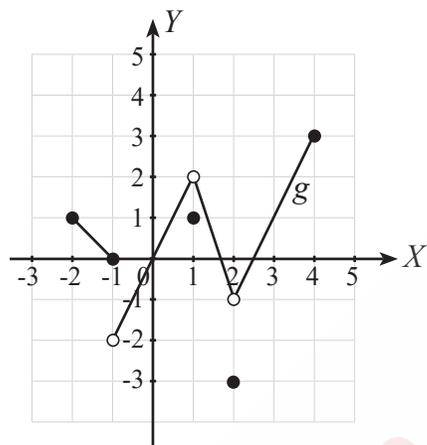
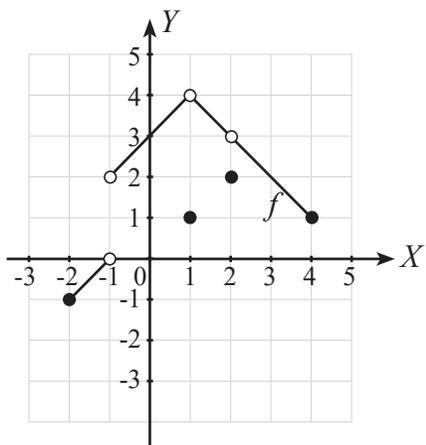
→ ใช้กฎของโลปีตาล

1. (PAT1 65) กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังนี้



จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

2. (Math1 A-Level 66) กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f และ g ดังรูป



จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \cdot g(x))$ และ $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + g(x))$

3. จงหาค่าของลิมิตต่อไปนี้

$$3.1 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3}$$

$$3.2 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$$



OnDemand
Turn on your future

ออกแบบฝัน
สร้างอนาคต
อนาคต

$$3.3 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+5}-3}$$

$$3.4 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-\sqrt{3x+1}}{x-1}$$



OnDemand
Turn on your future



4. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{เมื่อ } x < -3 \\ kx^2+2 & \text{เมื่อ } x \geq -3 \end{cases}$

จงหาค่าของ k ที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ มีค่า



OnDemand
Turn on your future

ออกแบบด้วย
สร้างด้วย
อนาคต

5. (เลขสามัญ 57) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+6x) - 1}{x}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



OnDemand
Turn on your future

ออกแบบชั้น
สร้างอนาคต
อนาคต

6. (เลขสามัญ 59) พิจารณา $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} - \frac{8}{x^2-4} \right)$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. หาค่าไม่ได้
2. มีค่าเท่ากับ $-\frac{3}{4}$
3. มีค่าเท่ากับ $-\frac{1}{4}$
4. มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{4}$
5. มีค่าเท่ากับ $\frac{3}{4}$

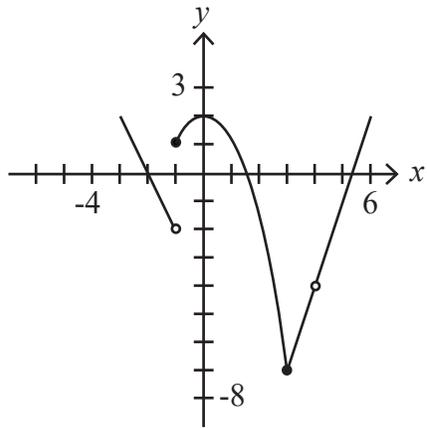


OnDemand
Turn on your future

ออกแบบชั้น
สร้างอนาคต
อนาคต

การบ้าน

1. จากกราฟของฟังก์ชัน f จงหาค่า $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$



2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{2-3x+x^2} \right)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



Learn
anywhere



OnDemand
Turn on your future

ออกแบบด้วย
สร้างด้วย
อนาคต

4. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{เมื่อ } x \leq -2 \\ ax+b & \text{เมื่อ } -2 < x < 2 \\ \frac{x^2}{2} & \text{เมื่อ } x \geq 2 \end{cases}$

จงหาค่าของ a และ b ที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ มีค่า

5. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+5+a}{x-2} = b$ แล้ว $|a-b|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



onDemand
Turn on your time

ออกแบบต้น
สร้างสรรค์
อนาคต