



วิชา คณิตศาสตร์

ม.ต้น ตอนที่ 13

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

โดย พี่ออย รัชฎาภรณ์ โซตธีรมอุดม พี่ม.มทิตลิตัวต่อ



สามารถรับชม รายการสอนศาสตร์ ได้ทาง
ทรูปลูกปัญญา True Visions ช่อง 9 และ PSI ช่อง 334
www.truelookpanya.com/tv  facebook.com/sonsart



true
ปลูกปัญญา

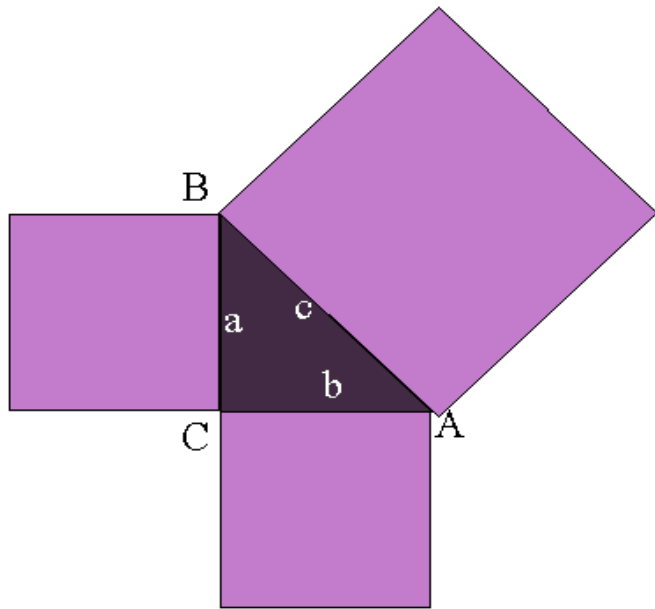
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม
จัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน
ด้านประกอบมุมฉาก





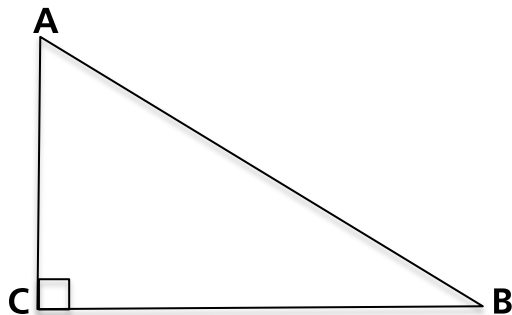
จากรูป abc เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มี a เป็นด้านตรงข้ามมุม A มี b เป็นด้านตรงข้ามมุม B และมี c เป็นด้านตรงข้ามมุม C จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะสรุปได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$ แต่ถ้าวัดไม่ละเอียดก็ ให้ดูว่า c^2 มากกว่าหรือน้อย หาก c^2 น้อยกว่า $a^2 + b^2$ แสดงว่าเป็นมุมแหลม หากมากกว่าเป็นมุมป้าน

สอน
ทบทวน

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ถ้า a , b และ c เป็น
ความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม ABC และ $c^2 = a^2 + b^2$
แล้วจะได้ว่าสามเหลี่ยม ABC นี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านยาว
 c หน้่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก



สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

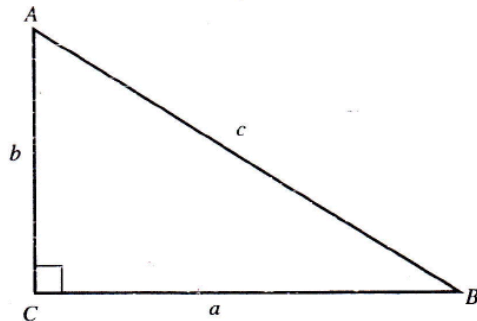


กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\angle C$ เป็นมุมฉาก

เรียก AB ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก AC และ BC ว่า ด้านประกอบมุมฉาก





จากรูปให้ c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

สอบ
พิชิต

ซึ่งจาก **ทฤษฎีบทพีทาโกรัส** กล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ
จะมีกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของ
กำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



น้องๆควรจำ!! อัตราส่วนของความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรจำ
มีดังนี้

3 : 4 : 5

5 : 12 : 13

7 : 24 : 25

8 : 15 : 17

9 : 40 : 41

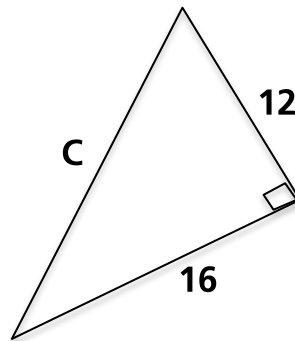
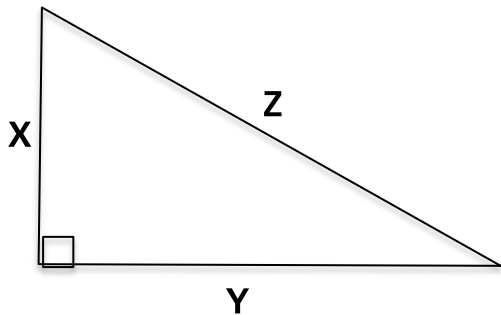
11 : 60 : 61

12 : 35 : 37

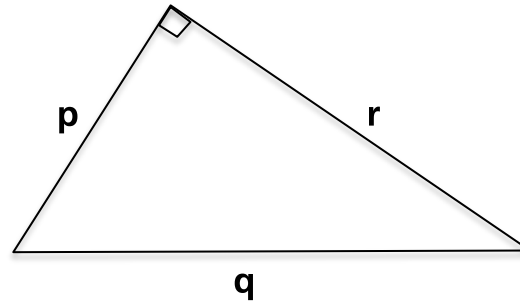
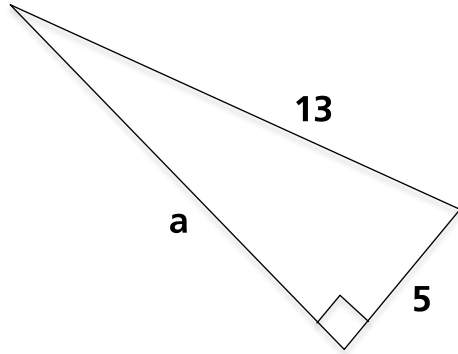
13 : 84 : 85



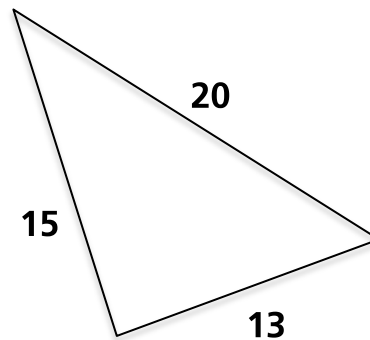
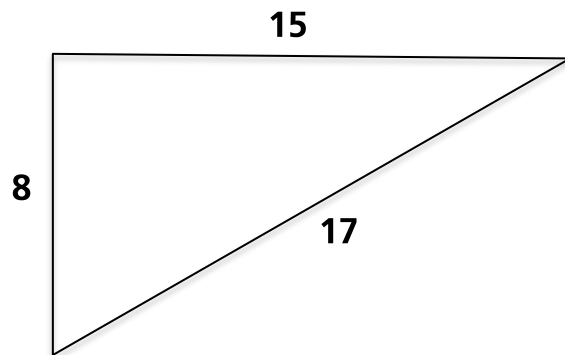
CHECK จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของรูปต่อไปนี้



สอบ
ทบทวน



รูปไหนเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก?



สอบ
ฝึก

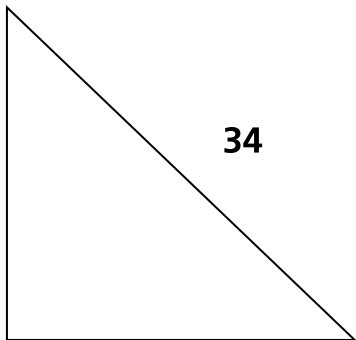
ตัวอย่างที่ 1

จงหาความยาวด้านที่เหลือ

1.1

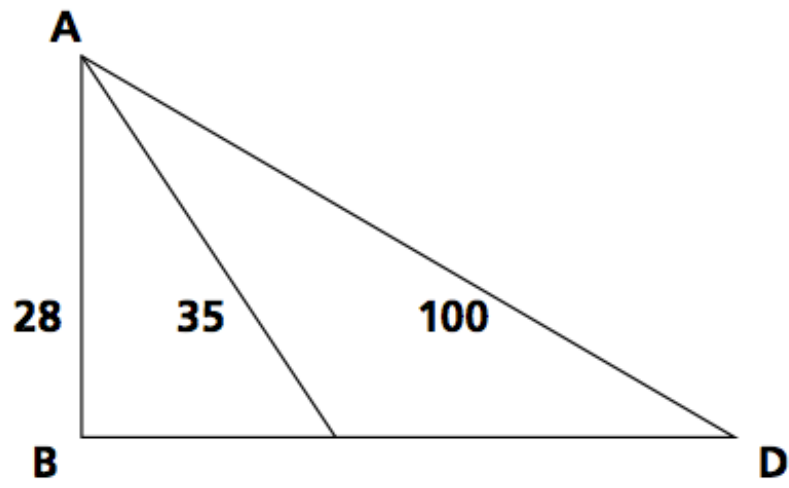
30

34



สอน
พิเศษ

1.2



ตัวอย่างที่ 2

บันไดยาว 6.5 เมตร พาดหน้าต่าซึ่งสูงจากพื้น 6 เมตร
เชิงบันไดอยู่ห่างจากกำแพงเท่าไร



ตัวอย่างที่ 3

โรมิโอพายเรือจากบ้านไปตามลำคลอง 2 กม. เลี้ยวซ้ายไปอีก 3 กม.
เลี้ยวขวาไปอีก 2 กม. จึงถึงบ้านของจูเลียต บ้านของทั้งสองห่างกันที่
กิโลเมตรตามภูมิศาสตร์



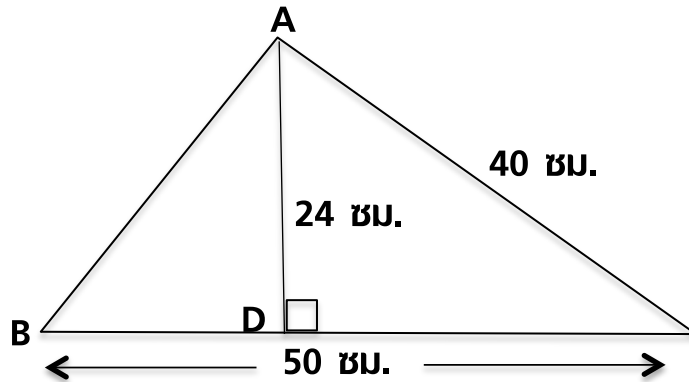
ตัวอย่างที่ 4

บันไดอันหนึ่งยาว 50 ฟุต พาดถึงหน้าต่างสูง 48 ฟุต ถ้าลลิม
บันไดพาดกับกำแพงอีกด้านหนึ่ง ปลายบันไดจะจดกำแพงสูงจากพื้นดิน
เพียง 14 ฟุต พนักพิงอยู่ห่างจากกำแพงกี่ฟุต



ตัวอย่างที่ 5

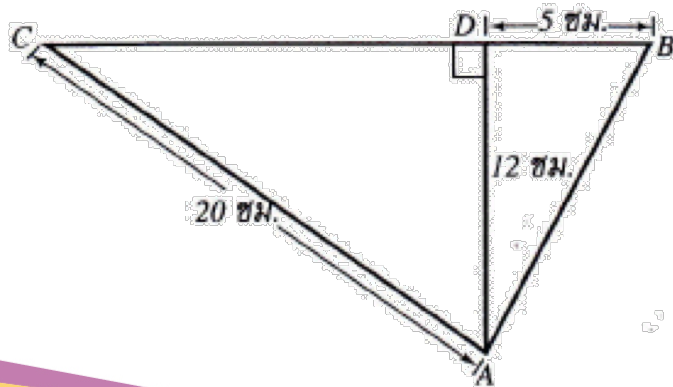
จากรูป $\triangle ABC$ มีด้าน AC ยาว 40 เซนติเมตร ด้าน BC ยาว 50 เซนติเมตร และ AD เป็นความสูงของ $\triangle ABC$ ยาว 24 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้าน AB



เรียน
พิเศษ

ตัวอย่างที่ 6

จากรูป $\triangle ABC$ มี AD ตั้งฉากกับ BC ที่จุด D ซึ่งมี $BD = 5$ เซนติเมตร, $AD = 12$ เซนติเมตร และ $AC = 20$ เซนติเมตร จงหาความยาวเส้นรอบรูปของ $\triangle ABC$



สอน
พิเศษ

ตัวอย่างที่ 7

ร่องน้ำกว้าง 8 เมตร พังร่องน้ำด้านหนึ่งสูงกว่าอีกด้านหนึ่ง 6 เมตร
จะต้องใช้ไม้ยาวเท่าไร จึงสามารถพาตสองฝั่งของร่องน้ำได้พอดี



การหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อรู้ความยาวเพียงด้านเดียว

สูตรของพีทาโกรัส กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มคี่ที่มากกว่า 1 (ตั้งแต่ 3 ขึ้นไป)

จะได้ว่า n , $\frac{n^2 - 1}{2}$ และ $\frac{n^2 + 1}{2}$ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ดังนี้



$a = n$	$b = \frac{n^2-1}{2}$	$c = \frac{n^2+1}{2}$	$c^2 = a^2 + b^2$	$a : b : c$
3	$\frac{3^2-1}{2} = 4$	$\frac{3^2+1}{2} = 5$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	3 : 4 : 5
5	$\frac{5^2-1}{2} = 12$	$\frac{5^2+1}{2} = 13$	$13^2 = 5^2 + 12^2$	5 : 12 : 13
7	$\frac{7^2-1}{2} = 24$	$\frac{7^2+1}{2} = 25$	$25^2 = 7^2 + 24^2$	7 : 24 : 25
9	$\frac{9^2-1}{2} = 40$	$\frac{9^2+1}{2} = 41$	$41^2 = 9^2 + 40^2$	9 : 40 : 41
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮



สูตรของฟลาโต

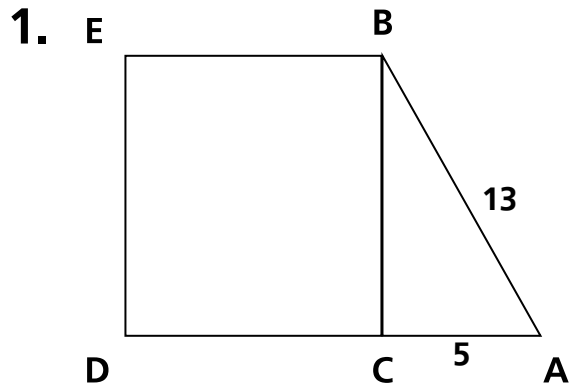
กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 (ตั้งแต่ 2 ขึ้นไป) จะได้ว่า $2n$, n^2-1 และ n^2+1 เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้



n	$a = 2n$	$b = n^2 - 1$	$c = n^2 + 1$	$c^2 = a^2 + b^2$	$a : b : c$
2	$2(2) = 4$	$2^2 - 1 = 3$	$2^2 + 1 = 5$	$5^2 = 4^2 + 3^2$	4 : 3 : 5 หรือ 3 : 4 : 5
3	$2(3) = 6$	$3^2 - 1 = 8$	$3^2 + 1 = 10$	$10^2 = 6^2 + 8^2$	6 : 8 : 10 หรือ 3 : 4 : 5
4	$2(4) = 8$	$4^2 - 1 = 15$	$4^2 + 1 = 17$	$17^2 = 8^2 + 15^2$	8 : 15 : 17
5	$2(5) = 10$	$5^2 - 1 = 24$	$5^2 + 1 = 26$	$26^2 = 10^2 + 24^2$	10 : 24 : 26 หรือ 5 : 12 : 13



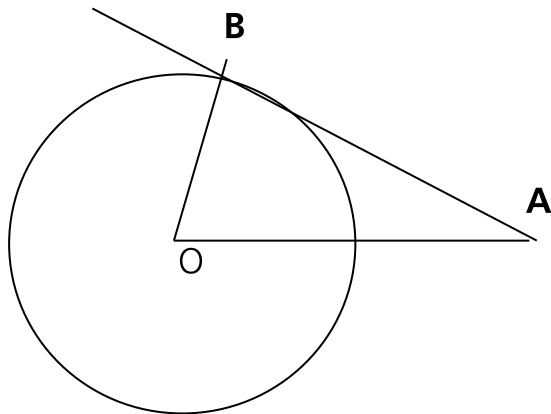
แบบฝึกหัดเพิ่มเติม



จากรูป ความยาวตามรูปมีหน่วยเป็นนิ้ว
แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCDE$
เป็นกี่ตารางนิ้ว

สอบ
ทบทวน

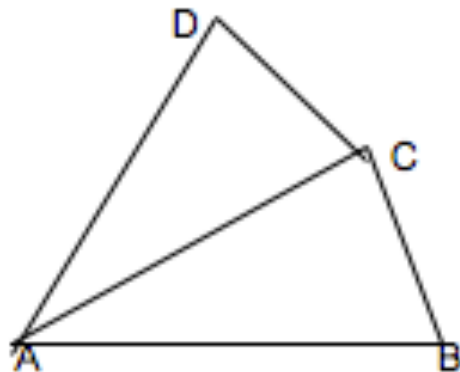
2.



จากรูปวงกลม O มีรัศมียาว 8 เซนติเมตร
จากจุด A ภายนอกวงกลม ห่างจากจุด O
เป็นระยะ 17 เซนติเมตร จงหาว่าเส้นสัมผัส
 AB ยาวกี่เซนติเมตร

สอน
พิเศษ

3.



จากรูปสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม ACD ต่างเป็นรูปสามเหลี่ยม
มุมฉาก ถ้า $AB = 37$ หน่วย , $BC = 12$ หน่วย และ $CD = 21$ หน่วย
แล้ว AD ยาวกี่หน่วย



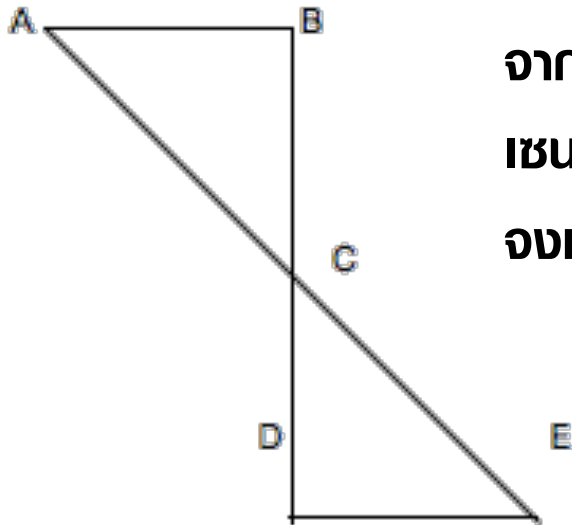
4. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 28 เซนติเมตร มีด้านยาวยาวเป็น $1\frac{1}{3}$ เท่าของด้านกว้าง จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมว่ามีความยาวเท่าไร



5. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมยอดยาวรวมกัน 26 เซนติเมตร
ฐานยาว 24 เซนติเมตรจะมีพื้นที่เท่าไร



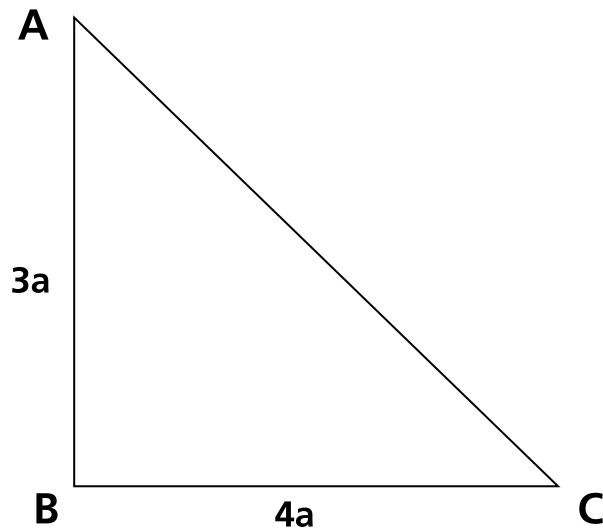
6.



จากรูปมุม $ABC = CDE = 90^\circ$ ด้าน $BD = 7$
เซนติเมตร และ $AB = DE = 12$ เซนติเมตร
จงหาความยาวของด้าน AE

เรียน
พิเศษ

7. ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 54 ตารางหน่วย แล้วความยาว AC มีกี่หน่วย



สอบ
ทบทวน



www.trueplookpanya.com