



วิชา คณิตศาสตร์

ม.ต้น ตอนที่ 10

เรื่อง พาราโบลา

โดย พี่ออย ธีรภัทรณ์ โชติอัมมฤตม์ พิมพ์มณฑิตวิเตอรส์



สามารถรับชม **รายการสอนศาสตร์** ได้ทาง
ทรูปลูกปัญญา True Visions ช่อง 9 และ PSI ช่อง 334
www.trueplookpanya.com/tv  facebook.com/sonsart



true
ปลูกปัญญา

พาราโบล่า



สมการพาราโบลา

สมการ ax^2+bx+c เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ a, b, c

เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการพาราโบลา

สมการพาราโบลาในรูปทั่วไป

$$y=a(x-h)^2+k$$



ถ้า $a > 0$ เป็น กราฟพาราโบลาหงาย

ถ้า $a < 0$ เป็น กราฟพาราโบลาคว่ำ

โดยที่จุดยอดคือ (h, k) หรือหาจุดยอดได้จากสูตร คือ

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$



สอ
พ.พ.ร.

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยนสมการกราฟพาราโบลาที่กำหนดให้ต่อไปนี้อยู่ในรูป
 $y=ax^2+bx+c$ พร้อมทั้งบอกค่า a , b และ c



ข้อ	สมการกราฟพาราโบลา	$y=ax^2+bx+c$	a	b	c
1	$y=2x^2$				
2	$y=-3x^2$				
3	$y-x^2=0$				
4	$y+2=x^2$				
5	$x^2-y-3=0$				



ข้อ	สมการกราฟพาราโบลา	$y=ax^2+bx+c$	a	b	c
6	$x(x+1)=y+6$				
7	$2y=-(x-2)^2$				
8	$y=2(x+3)^2+4$				
9	$2x^2-5x-y=12$				



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=x^2-2x-3$



สวัสดี
ทุกคน

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y=-x^2+4x-6$



สวัสดี
ทุกคน

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนกราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = -3x^2 + 12x - 11$



สอ
พ.พ.ร.

คำสั่ง : ตั้งแต่วิธีอย่างที 5 – 8 ต่อไปนี้ จงบอกลักษณะของกราฟ
ของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. พาราโบลาคว่ำหรือหงาย
2. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด
3. สมการของแกนสมมาตรของกราฟ
4. จุดที่กราฟตัดแกน x



ตัวอย่างที่ 5 $y=x^2+5x+4$

1. พาราโบลาคว่ำหรือหงาย
2. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด
3. สมการของแกนสมมาตรของกราฟ
4. จุดที่กราฟตัดแกน x



สอ
พ.พ.ร.

ตัวอย่างที่ 6 $y = -6 - 2x - x^2$

1. พาราโบลาคว่ำหรือหงาย
2. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด
3. สมการของแกนสมมาตรของกราฟ
4. จุดที่กราฟตัดแกน x



สอ
พ.พ.ร.

ตัวอย่างที่ 7 $y=2x^2+3x-9$

1. พาราโบลาคว่ำหรือหงาย
2. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด
3. สมการของแกนสมมาตรของกราฟ
4. จุดที่กราฟตัดแกน



สอ
พ.พ.ร.

ตัวอย่างที่ 8 $y = -3x^2 + 12x - 11$

1. พาราโบลาคว่ำหรือหงาย
2. จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด
3. สมการของแกนสมมาตรของกราฟ
4. จุดที่กราฟตัดแกน



สอ
พ.พ.ร.

แบบฝึกหัดเรื่อง พาราโบลา

1. สมการพาราโบลาในข้อใดมีกราฟที่ให้จุดต่ำสุด

$$y = -x^2 - 2$$

← 1) $2 + y + x^2 = 0$

กราฟของพารา: $a > 0$ จึงให้ค่าต่ำสุด
② $4y + 1 - x^2 = 0$ → $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{4}$

$$y = -9x^2 + 4$$

← 3) $y - 4 = -9x^2$

4) $5 - y = 2x^2$ → $y = 5 - 2x^2$

2. กราฟของ $y = -5(x-1)^2 + 5$ มีจุดตัดแกน y ที่ใด

→ $x = 0$

① (0,0)

2) (0,1)

3) (0,2)

4) (0,3)

$$\begin{aligned} y &= -5(0-1)^2 + 5 \\ &= -5 + 5 = 0 \end{aligned}$$



3. จาก $y=-x^2-4$ ข้อใดถูกต้อง

1) กราฟจะเป็นรูปพาราโบลาหงาย $\times$ $a < 0$ คำน

2) กราฟจะเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ

3) จุดยอดไม่อยู่บนแกน x

4) ถูกมากกว่า 1 ข้อ



4. กราฟของ $y=-(x-2)^2+5$ จะมีจุดยอดห่างจากแกน x กี่หน่วย

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

จุดยอด = $(2, 5)$
ห่างจากแกน x 5 หน่วย

5. จุดยอดของกราฟของ $y=x^2-2x+1$ และจุดยอดของกราฟของ

$y=2(x-4)^2+4$ อยู่ห่างกันกี่หน่วย

จุดยอด $(4, 4)$

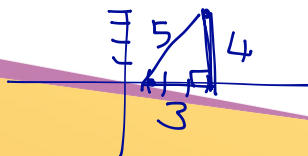
1) 3

2) 4

3) 5

4) 6

จุดยอด $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1$
 $y = 1 - 2 + 1 = 0$
 $(1, 0)$



สอบ
ทบทวน

6. จุดตัดบนแกน x ของกราฟของสมการ $y=ax^2+bx+c$ คือ $(-3,0)$, $(5,0)$

และมี $a=1$ จงหาค่าของ c

1) -12

3) -17

$$\begin{aligned} y &= x^2 + bx + c \\ (-3, 0) ; 0 &= (-3)^2 + b(-3) + c = 9 - 3b + c \quad \text{--- ①} \\ (5, 0) ; 0 &= 5^2 + 5b + c = 25 + 5b + c \quad \text{--- ②} \\ \text{②} - \text{①} : 0 &= 16 + 8b \\ b &= -2 \\ c &= -15 \end{aligned}$$

②) -15

4) -18

7. ถ้ากราฟของ $y=x^2+3x+a$ ผ่านจุด $(2,4)$ แล้ว a มีค่าเท่าใด

$$\begin{aligned} 4 &= 2^2 + 3(2) + a \\ 4 &= 4 + 6 + a \\ a &= -6 \end{aligned}$$

1) -4

3) -8

②) -6

4) -10



8. กราฟของ $y = \frac{1}{3}(x+5)^2 - \frac{16}{3}$ ตัดแกน x ที่จุดใด

$$\begin{aligned} 0 &= (x+5)^2 - 16 \\ (x+5)^2 &= 16 \\ x+5 &= 4, \quad x+5 = -4 \\ x &= -1, \quad x = -9 \end{aligned}$$

1) (9,0) และ (1,0)

2) (-9,0) และ (1,0)

3) (-9,0) และ (-1,0)

4) (9,0) และ (-1,0)

9. กราฟของ $y = a(x-1)^2 + 18$ ตัดแกน y ที่จุด $(0, \frac{35}{2})$ แล้ว a มีค่าเท่าใด

$$\begin{aligned} \frac{35}{2} &= a(-1)^2 + 18 \\ \frac{35}{2} - 18 &= a \\ a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

1) $-\frac{5}{2}$

2) $-\frac{3}{2}$

3) $-\frac{1}{2}$

4) -1



10. จากสมการ $y=x^2-12x+27$ มีกราฟเป็นเช่นเดียวกับกราฟของสมการ
ในข้อใด

$$y = x^2 - 2(6)x + 36 - 36 + 27$$

$$y = (x-6)^2 - 9$$

1) $y=(x+6)^2$

2) $y=(x-6)^2+9$

3) $y=x-6^2-9$

4) $y=x+6^2+9$

11. สมการในข้อใดที่มีกราฟไม่ตัดแกน $x \rightarrow y=0$

$y = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4} + 1 < 0$

1) $y=x^2-5x+1$ ตัด

2) $y=2x^2+5x-1$

$y = 3(x + \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{9} + 2 > 0$

3) $y=3x^2+2x+2$

4) $y=3x^2-9x+4$

> 0
 $\therefore y$ ไม่แตะ $y=0$

สอน
ที่จริง

$$y = 15 - 2(x-2)^2 \quad (h, k) = (2, 15) = (2, 6)$$

12. ถ้าสมการพาราโบลา $y = 15 - 2(x-2)^2$ มีจุด a, b เป็นจุดสูงสุด ค่าของ

$a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด

$$2^2 + 15^2 = 4 + 225 = 229 \quad \times$$

1) 17

2) 221

3) 229

4) 289

13. ถ้า $y = ax^2 + bx + c$; x -Intercept = 11, -9 และ $a = 1$ แล้ว

จงหาค่าของ $\frac{11a - 44b}{-c}$

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3



$$a = 1, y = x^2 + bx + c$$

x intercept (x-achse) = 11, -9

$\therefore$ กราฟผ่านจุด $(1, 0)$ และ $(-1, 0)$

ดังนั้น $0 = 121 + 11b + C \quad \text{--- ①}$

$$0 = 81 - 9b + c \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}; 0 = 40 + 20b$$

$$b = -2 \quad \text{179999 ②} \rightarrow 0 = 81 + 18 + C$$
$$C = -99$$

$$\therefore a=1, b=-2, c=-99$$

$$\frac{112-44b}{-c} = \frac{11+88}{99} = 1 \quad \times$$

$$h = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \quad \left| \quad k = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{2}\right) + 4 = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + 4 = -2\frac{1}{4} + 4 = 1\frac{3}{4} \quad \times$$

14. ถ้า $y=x^2-3x+4$ แล้วจุดยอดของกราฟอยู่ห่างจากแกน x ที่หน่วย

1. $1\frac{3}{4}$

2. $2\frac{3}{4}$

3. $3\frac{3}{4}$

4. $4\frac{3}{4}$

15. ถ้า $y=4(x-5)^2+12$ แล้วจุดยอดของกราฟอยู่ห่างจากจุดกำเนิดที่หน่วย

$(h,k) = (5,12)$



1) 10

2) 11

3) 13

4) 15

สอบ
ทำจริง

16. สมการใดมีกราฟไม่ตัดแกน x

$y = (x-4)^2 - 4 + 2$ **1) $y = x^2 - 8x + 2$ ✓**
 $2) y = 5x^2 - 8x + 2$

1) $y = x^2 - 8x + 2$ ✓

3) $y=5x^2-8x+3$

2) $y=3x^2-8x+2$

4) $y=5x^2-8x+4$

$$y = 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{9} + 2$$

17. กำหนดสมการ $y=3(x+4)^2+7$ แทนสมมาตรของกราฟมีสมการใด

1) $x+4=0$

3) $y-7=0$

2) $x-4=0$ $(h,k)=(-4,7)$
 nullstelle $x = -4$

4) $y+7=0$



$$0 = (-3)^2 + 6 + k \rightarrow k = 9 + 6 = 15 \quad / \quad k^2 + 1 = 226$$

18. กราฟของสมการ $y = x^2 - 2x + k$ ผ่านจุด $(-3, 0)$ ตัดแกน y ที่จุด $(0, k)$ ค่าของ $k^2 + 1$ เท่ากับค่าในข้อใด

1) 10

2) 225

3) 226

4) 230

19. กราฟของ $y = -(x-2)^2 + 25$ ตัดแกน x ที่จุด $(a, 0)$ และ $(b, 0)$ ค่าของ

$a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด

$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= 25 \\ x-2 &= 5, \quad x-2 = -5 \\ x &= 7, \quad x = -3 \\ 7^2 + (-3)^2 &= 49 + 9 = 58 \end{aligned}$$

1) 10

2) 18

3) 50

4) 58



20. กำหนดสมการ $2y=x^2+8x-6$ เมื่อเขียนให้อยู่ในรูปของ $y=a(x-h)^2+k$ แล้วจะได้สมการดังข้อใด

1) $y=(x+4)^2-22$

2) $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-11$

3) $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-22$

4) $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+11$

21. ถ้า (m,n) เป็นจุดยอดของพาราโบลา $y=x^2-28x+195$ แล้ว $m+n$ เท่ากับค่าในข้อใด

1) 13

2) 167

3) 169

4) 181



$$20. \quad 2y = x^2 + 8x - 6$$

$$2y = (x^2 + 2(4)x + 4^2) - 4^2 - 6$$

$$2y = (x+4)^2 - 22$$

$$y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 11$$

$$21. \quad y = x^2 - 28x + 195$$

$$y = x^2 - 2(14)x + 14^2 - 14^2 + 195$$

$$y = (x-14)^2 - 1$$

$$\text{vertex } (h, k) = (14, -1)$$

$$\therefore 14 + (-1) = 13$$

22. จากสมการ $2y=3-2x-2x^2$ เป็นสมการของพาราโบลา ข้อใดต่อไปนี้
บอกลักษณะของพาราโบลา ไม่ถูกต้อง

- 1) กราฟเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ และตัดแกน y ที่จุด $(0,3)$
- ✓ 2) จุดสูงสุดของกราฟ คือ $(-1/2, 7/4)$
- ✓ 3) แกนสมมาตร คือ $2x+1=0$ $x = -1/2$
- ✓ 4) กราฟตัดแกน x ที่จุด $(\frac{-1+\sqrt{7}}{2}, 0)$ และ $(\frac{-1-\sqrt{7}}{2}, 0)$

สอน
พิเศษ

(22)

$$2y = 3 - 2x - 2x^2$$

$$y = \frac{3}{2} - x - x^2$$

$$\begin{aligned} y &= \left[-x^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)x - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \\ &= -\left[x^2 + 2\left(\frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] + \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \\ &= -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

คว่ำ จุดสูงสุด $\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$

ตัดแกน y ; $x=0 \rightarrow y = \frac{3}{2}$

แกนสมมาตร $x = -\frac{1}{2}$

หาจุดตัดแกน x : $0 = \frac{3}{2} - x - x^2$

$$0 = 3 - 2x - 2x^2$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-2)(3)}}{2(-2)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{28}}{-4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{-4} = -\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

23. ต้นทุนในการผลิตเครื่องรับวิทยุจำนวน x เครื่องต่อวันเป็น

$\frac{1}{2}x^2 + 35x + 25$ บาท และขายไปในราคาเครื่องละ $50 - \frac{1}{2}x$ บาท จะต้อง

ผลิตเครื่องรับวิทยุที่เครื่องต่อวันจึงจะได้กำไรสูงสุด

1) 10

2) 9

3) 8

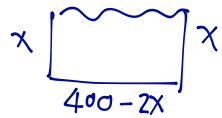
4) 5

$$\begin{aligned}\text{กำไร} &= \left(50 - \frac{x}{2}\right)x - \left(\frac{1}{2}x^2 + 35x + 25\right) = 50x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} - 35x - 25 \\ &= -x^2 + 15x - 25\end{aligned}$$

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{15}{2(-1)} = 7\frac{1}{2} \rightarrow 8 \text{ เครื่อง}$$

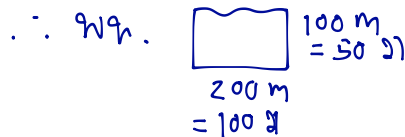


24. มีไม้ทำรั้วยาว 400 เมตร ต้องการกั้นรั้วรอบที่ดินซึ่งติดริมแม่น้ำเพียง 3 ด้าน เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านที่ติดริมแม่น้ำไม่ต้องกั้นรั้ว ถ้ากั้นรั้วให้มีพื้นที่มากที่สุด จะได้พื้นที่เท่าไร



- 1) 10 ไร่ 100 ตารางวา 2) 10 ไร่ 20 ตารางวา
3) 12 ไร่ 50 ตารางวา 4) 12 ไร่ 200 ตารางวา

$$\begin{aligned} \text{พท.} &= x(400-2x) \\ y &= 400x - 2x^2 \\ \text{หาค่าสูงสุด} \\ x &= -\frac{b}{2a} = -\frac{400}{2(-2)} = 100 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore \text{พท.} & \left\{ \begin{aligned} \text{พท.} &= 5000 \text{ ตร.ม} \\ 1 \text{ ไร่} &= 400 \text{ ตร.ม} \\ \therefore \text{พท.} &= 12 \text{ ไร่} \\ &200 \text{ ตร.ม} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

สอบ
ทำ



www.trueplookpanya.com