



# วิชา คณิตศาสตร์

ม. ต้น ตอนที่ 06

## เรื่อง Geometry 2

โดย พี่กอล์ฟ เหวลิต กุลทีรติการ สถาบันกวดวิชา We By The Brain



สามารถรับชม รายการสอนศาสตร์ ได้ทาง  
ทรูปลูกปัญญา TrueVisions 37 | HD 111 | PSI 188  
[www.truelookpanya.com/tv](http://www.truelookpanya.com/tv) f: sonsart



true

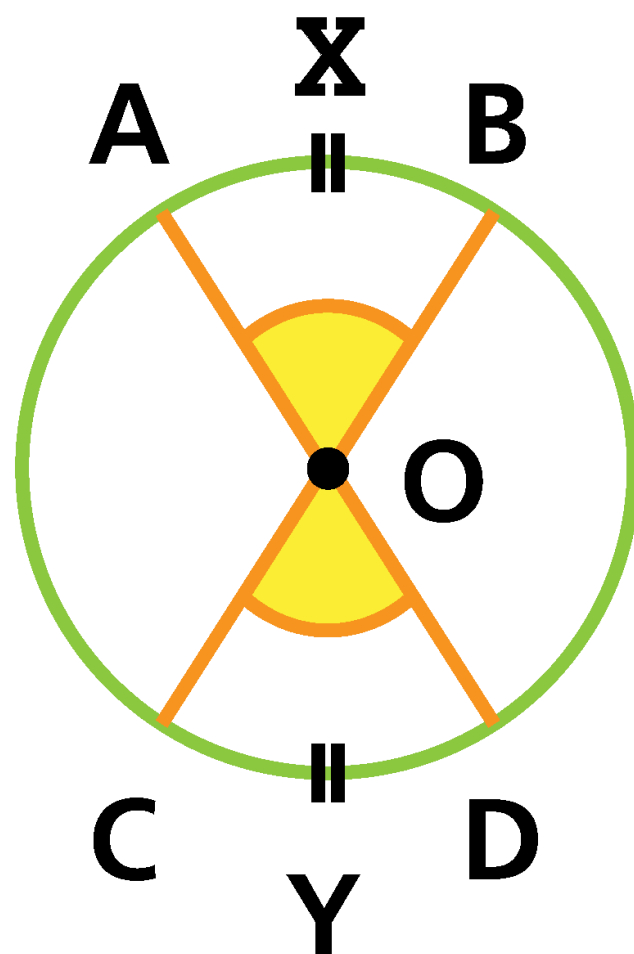
ปลูกปัญญา

# ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม



# ทฤษฎีบทที่ 1

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน  
แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

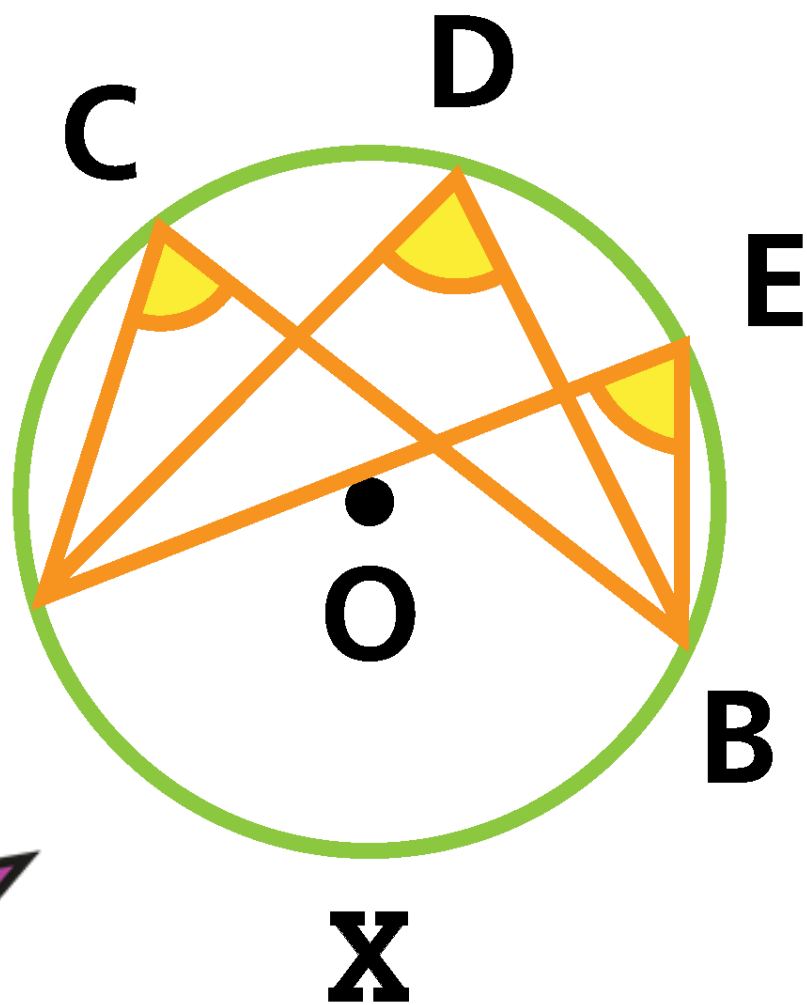


ถ้าความยาว  $\widehat{AXB} = \widehat{CYD}$   
แล้ว  $\angle AOB = \angle COD$



## ทฤษฎีบทที่ 2

ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน  
จะมีขนาดเท่ากัน

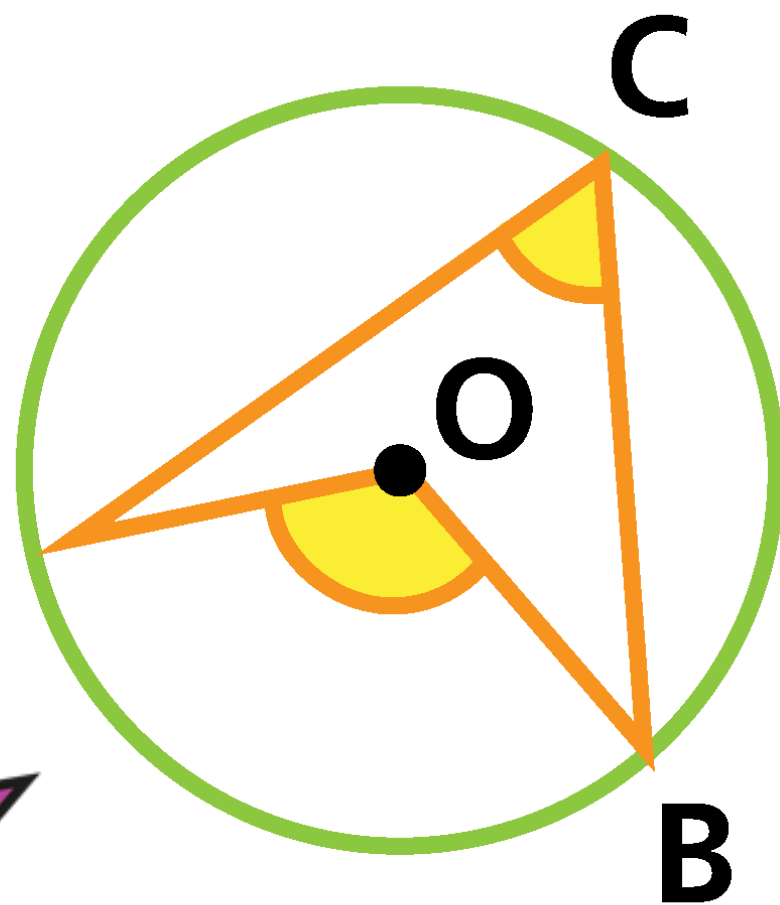


$$\text{ถ้า } \angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$$



# ทฤษฎีบทที่ 3

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุม  
ในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



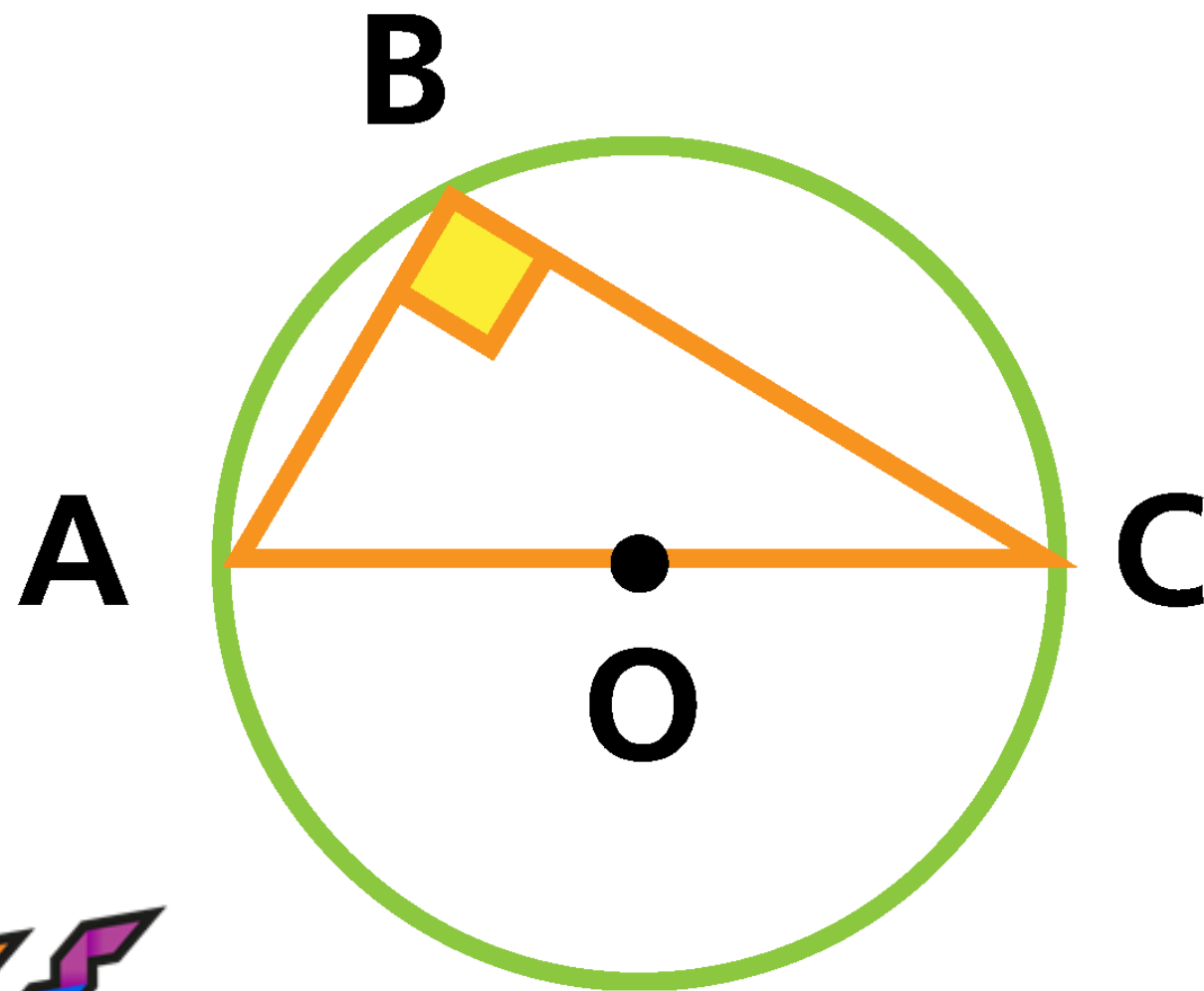
$$\hat{AOB} = 2(\hat{ACB})$$





# ทฤษฎีบทที่ 4

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

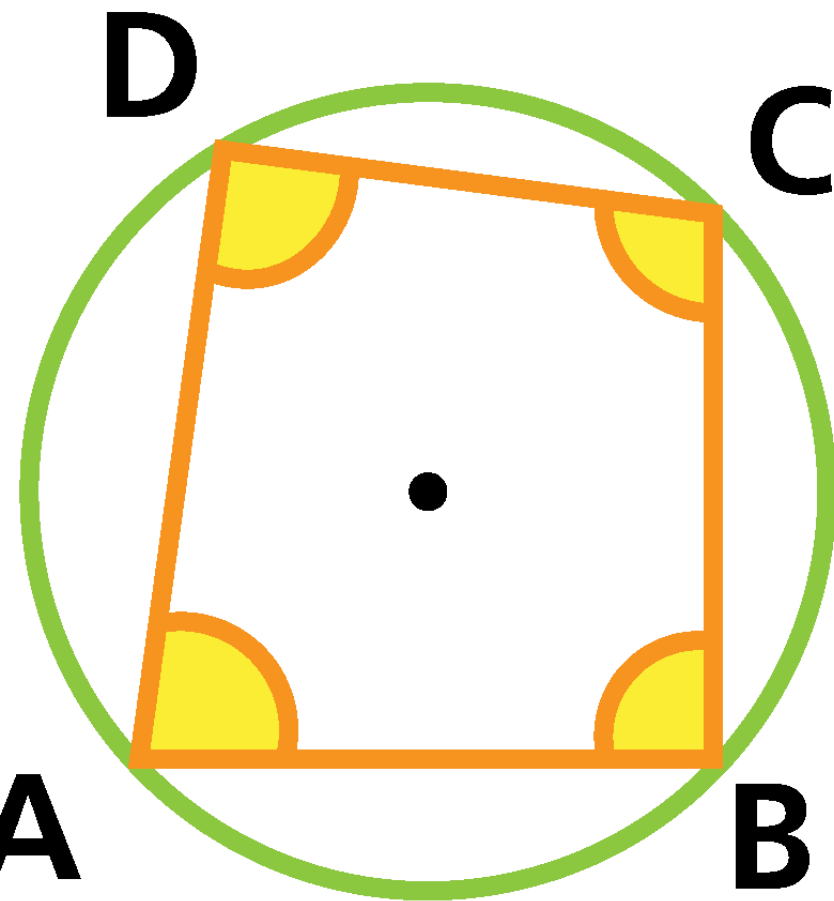


$$\angle ABC = 90^\circ$$



# ทฤษฎีบทที่ 5

รูปสี่เหลี่ยมใดๆ ที่แนบอยู่ในวงกลม ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

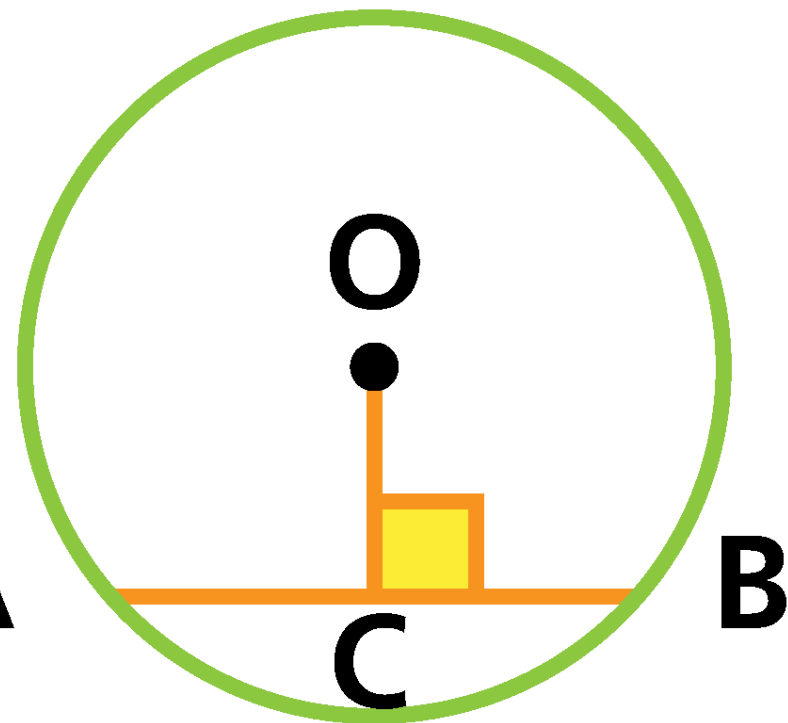




## ทฤษฎีบทที่ 6

ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด  
ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ดแล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

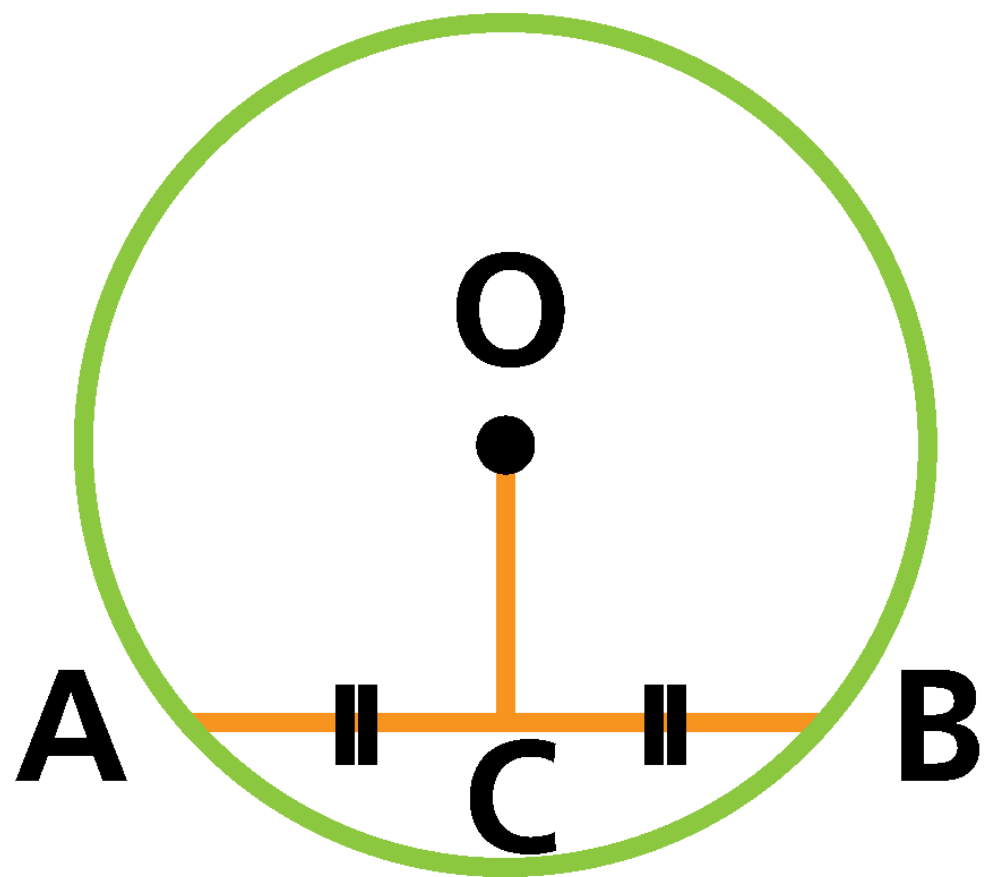


ถ้า  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$  แล้ว  $AC = BC$





2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

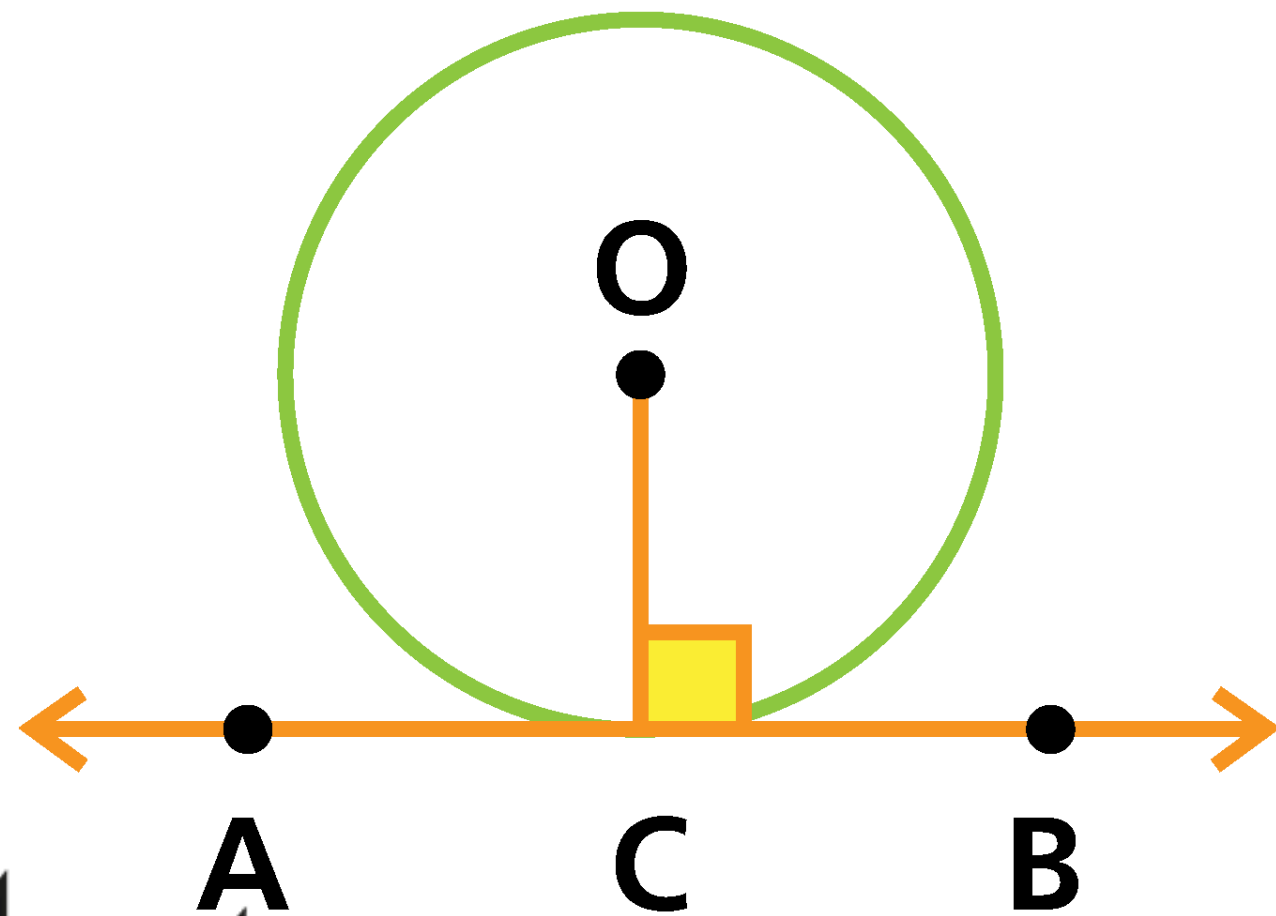


ถ้า  $AC = BC$  แล้ว  $\angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$



# ทฤษฎีบทที่ 7

เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

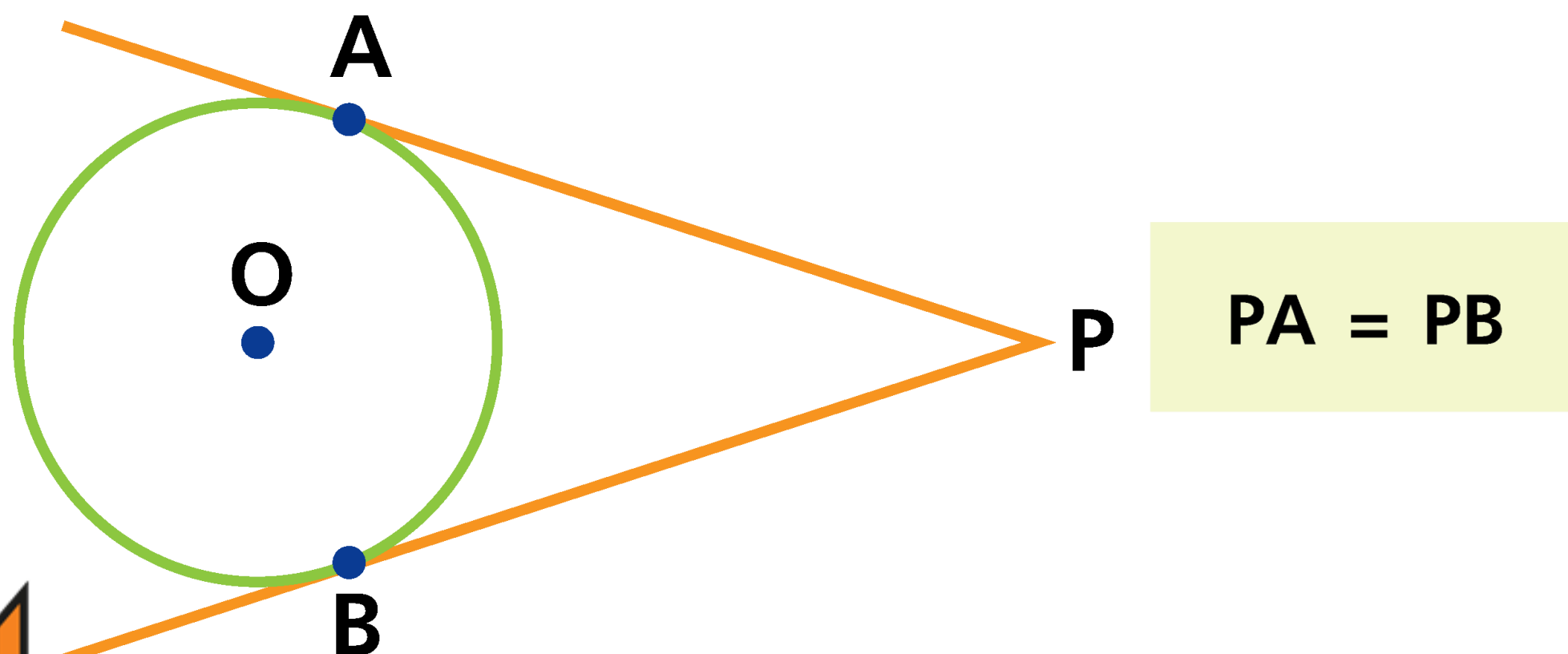


ถ้า  $\overleftrightarrow{AB}$  สัมผัสวงกลมที่จุด  $C$  และ  
 $\overline{OC}$  เป็นรัศมีของวงกลมแล้ว  
 $\angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$



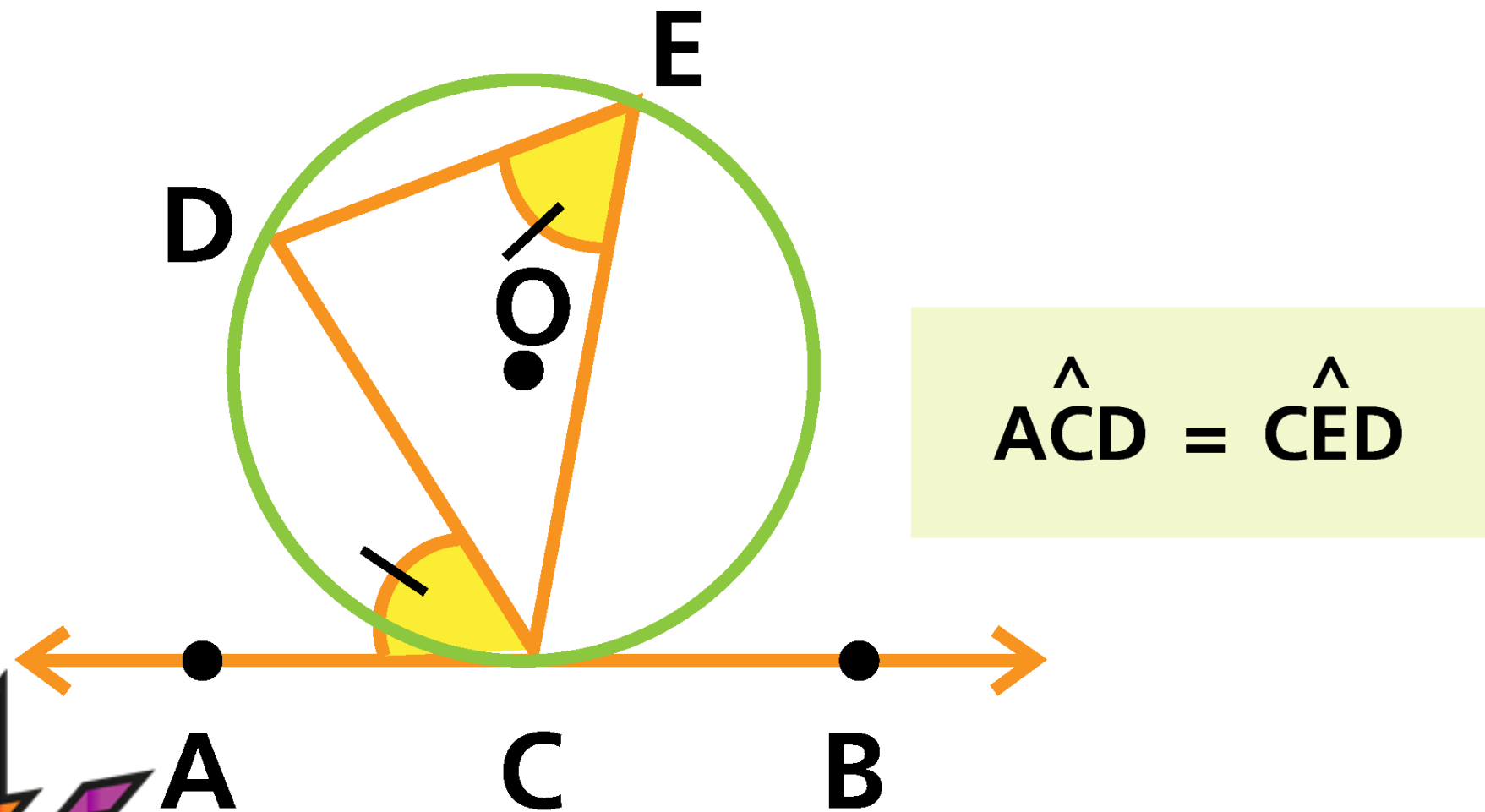
## ทฤษฎีบทที่ 8

ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆ หนึ่ง ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน  
จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น



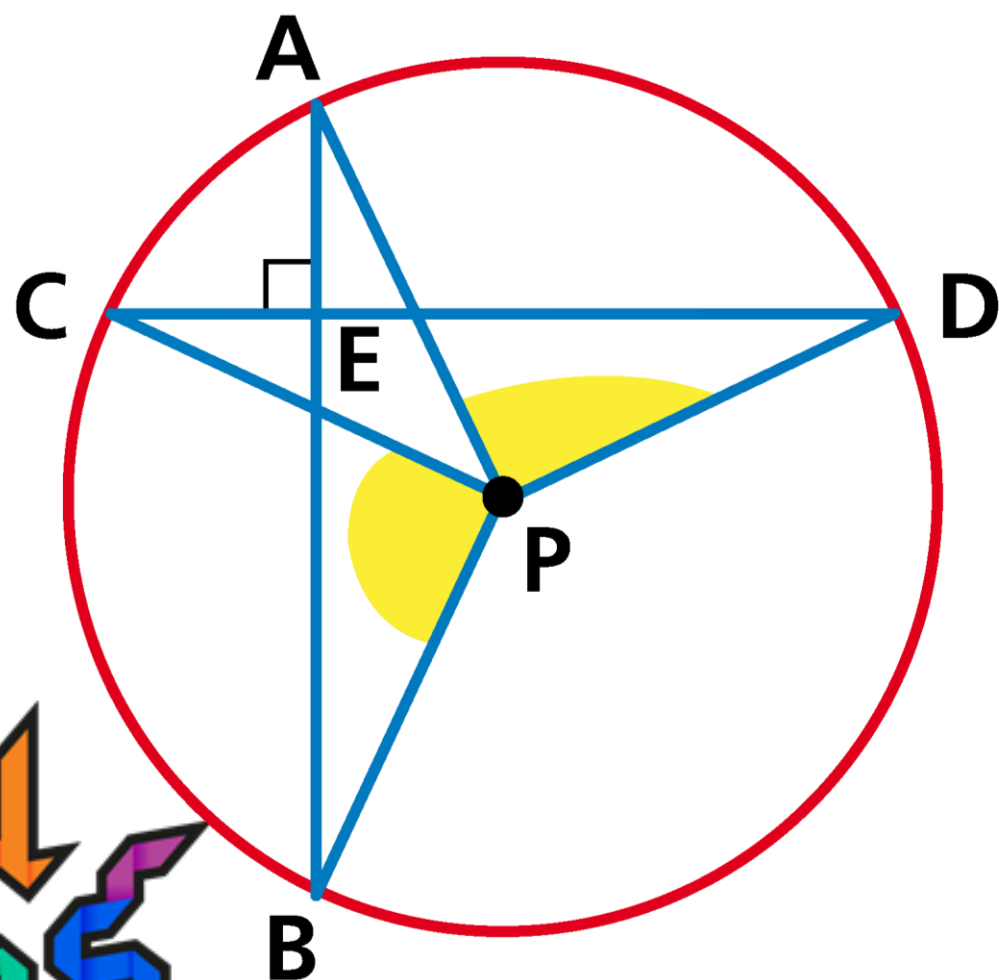
## ทฤษฎีบทที่ 9

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

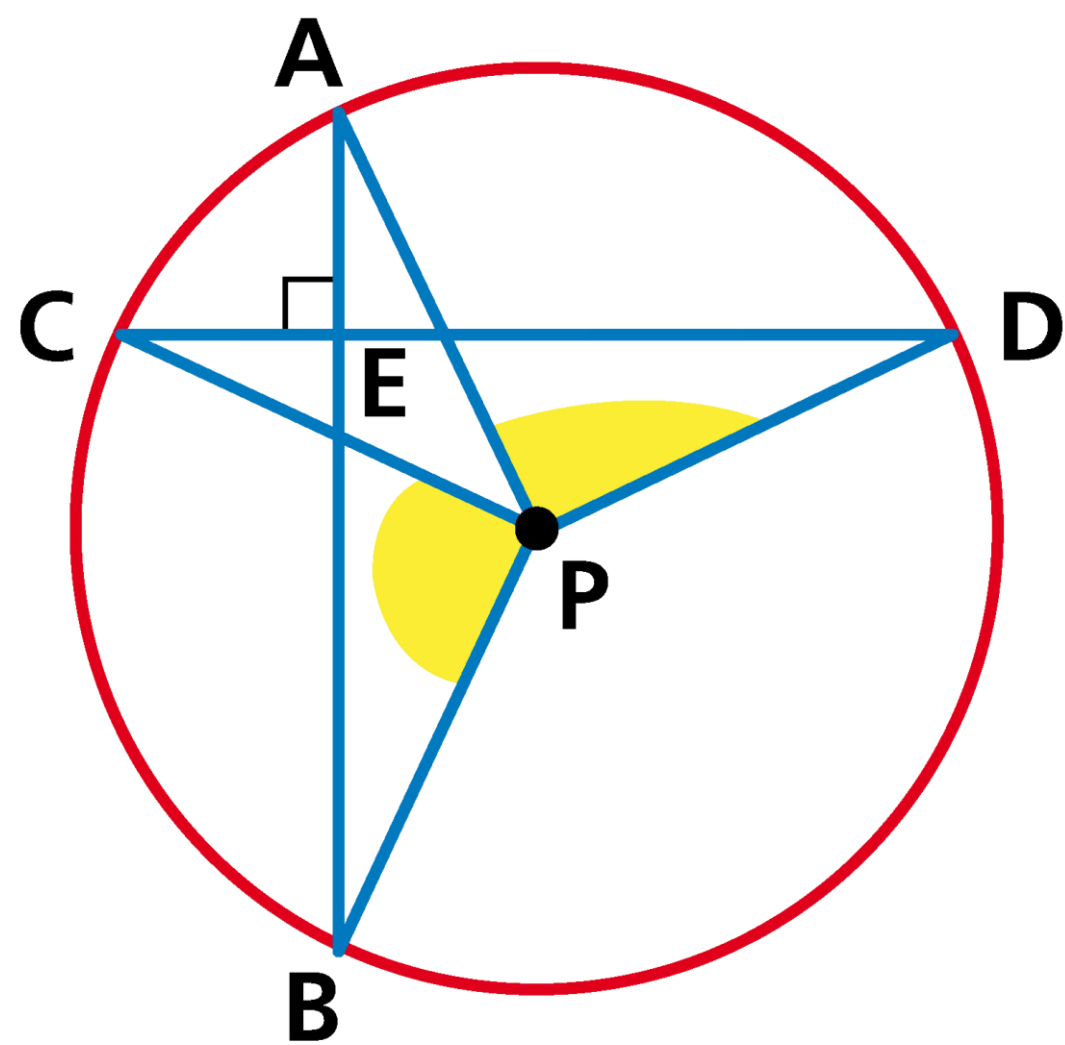


# PROBLEMS

1. P เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มีคอร์ด AB และ CD ตัดกัน  
เป็นมุมฉาก  $\hat{APD} + \hat{CPB}$  มีค่าเท่าไร







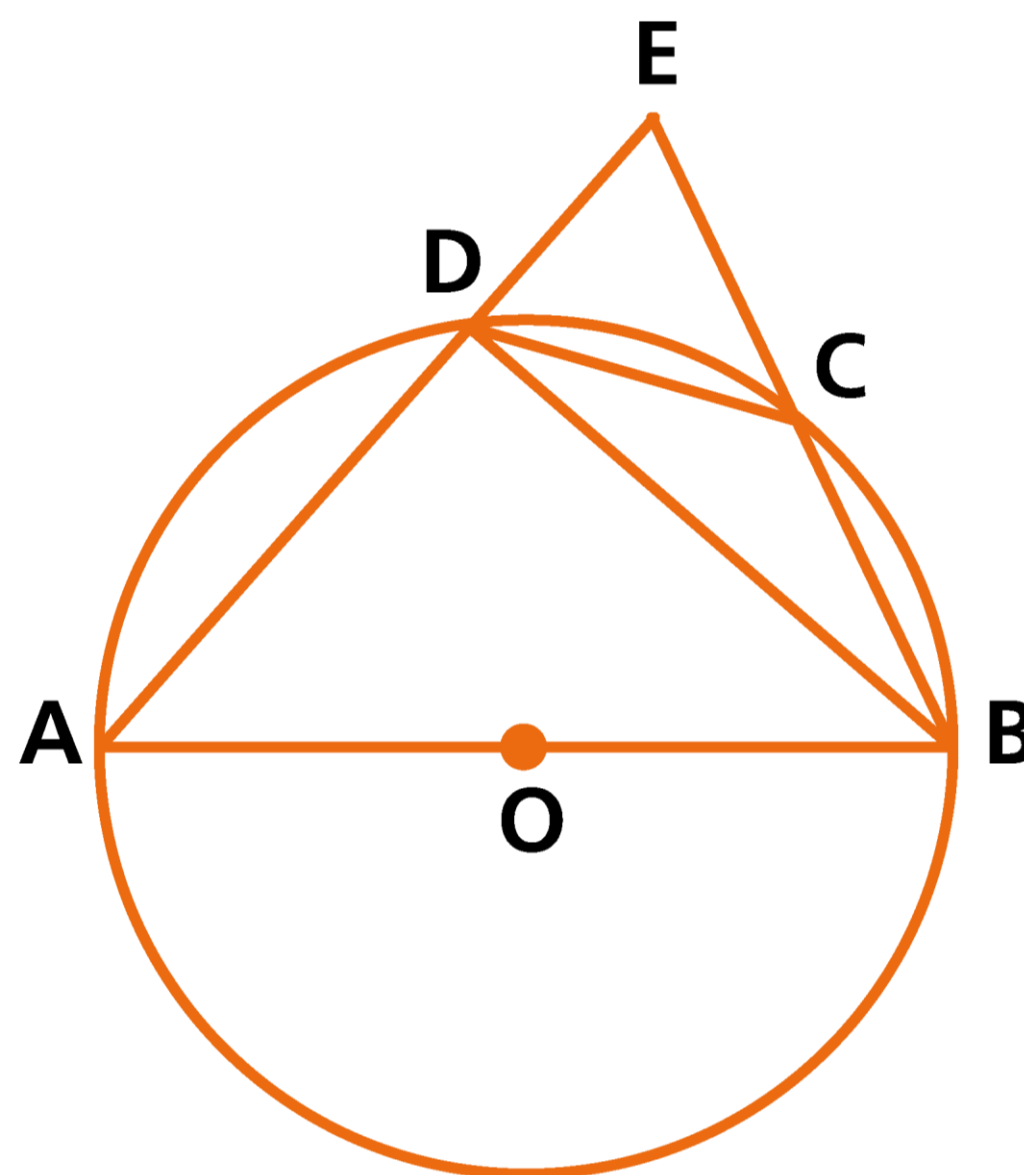
2. กำหนด  $ABC$  เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ให้  $P$  เป็นจุดที่อยู่ด้านบน  $AC$   
โดยที่มุม  $PBC = 23^\circ$  ต่อดีงสี  $BP$  ไปจนถึงจุด  $Q$  โดยที่มุม  
 $PCQ = 67^\circ$  จงหาขนาดของมุม  $AQP$

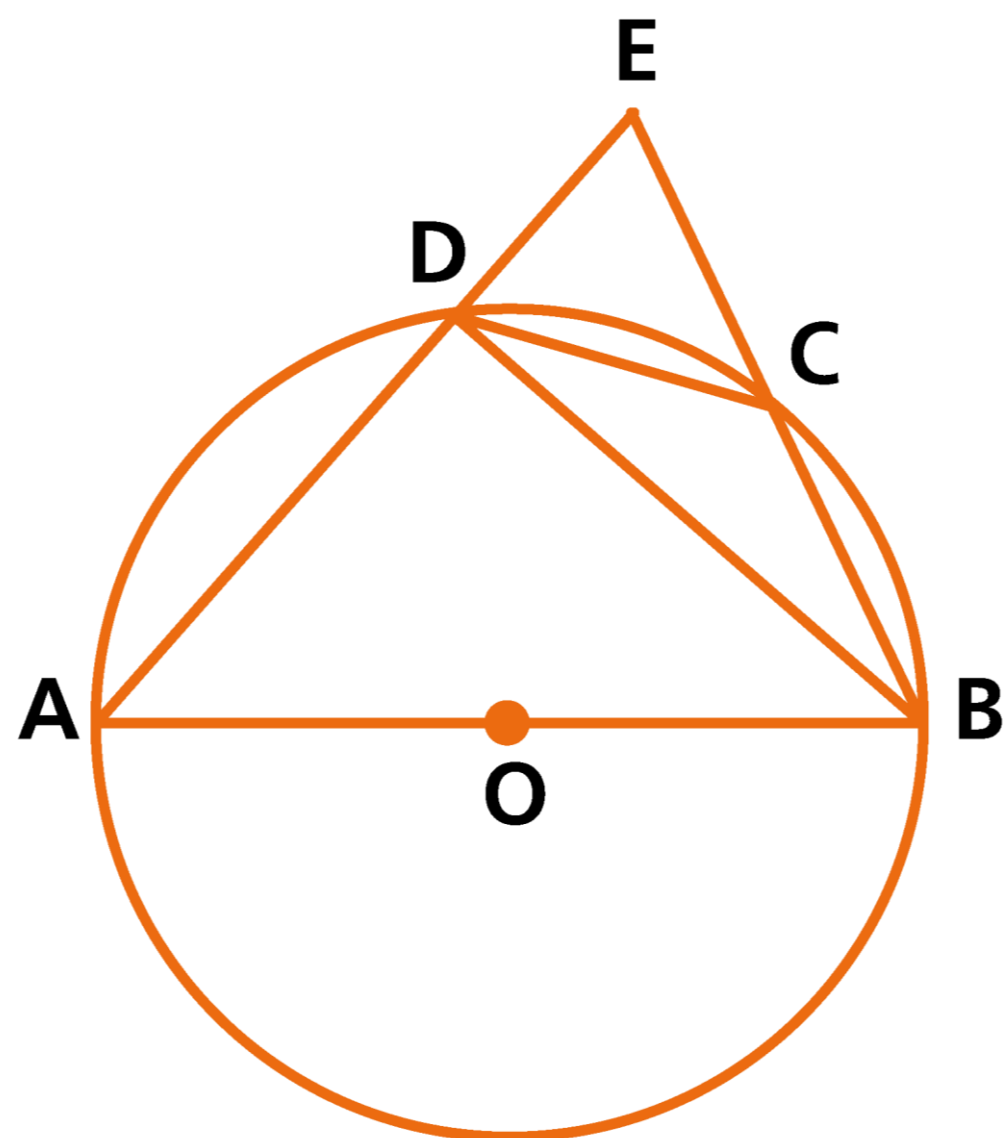




3. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $AB = 4$  เซนติเมตร

$BC = 3$  เซนติเมตร ,  $\angle ABD = \angle DBE$  จงหา  $\frac{\text{พ.น.}\square ABCD}{\text{พ.น.}\triangle DCE}$





Goal  
Analysis

4. ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม และ  $M$  เป็นจุดกึ่งกลางด้าน  $AB$   
ถ้า  $CM = AM = 5$  หน่วย และ  $BC = 4\sqrt{5}$  หน่วย แล้ว  
พื้นที่รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เท่ากับกี่ตารางหน่วย (MWIT)

1. 15

2. 20

3. 24

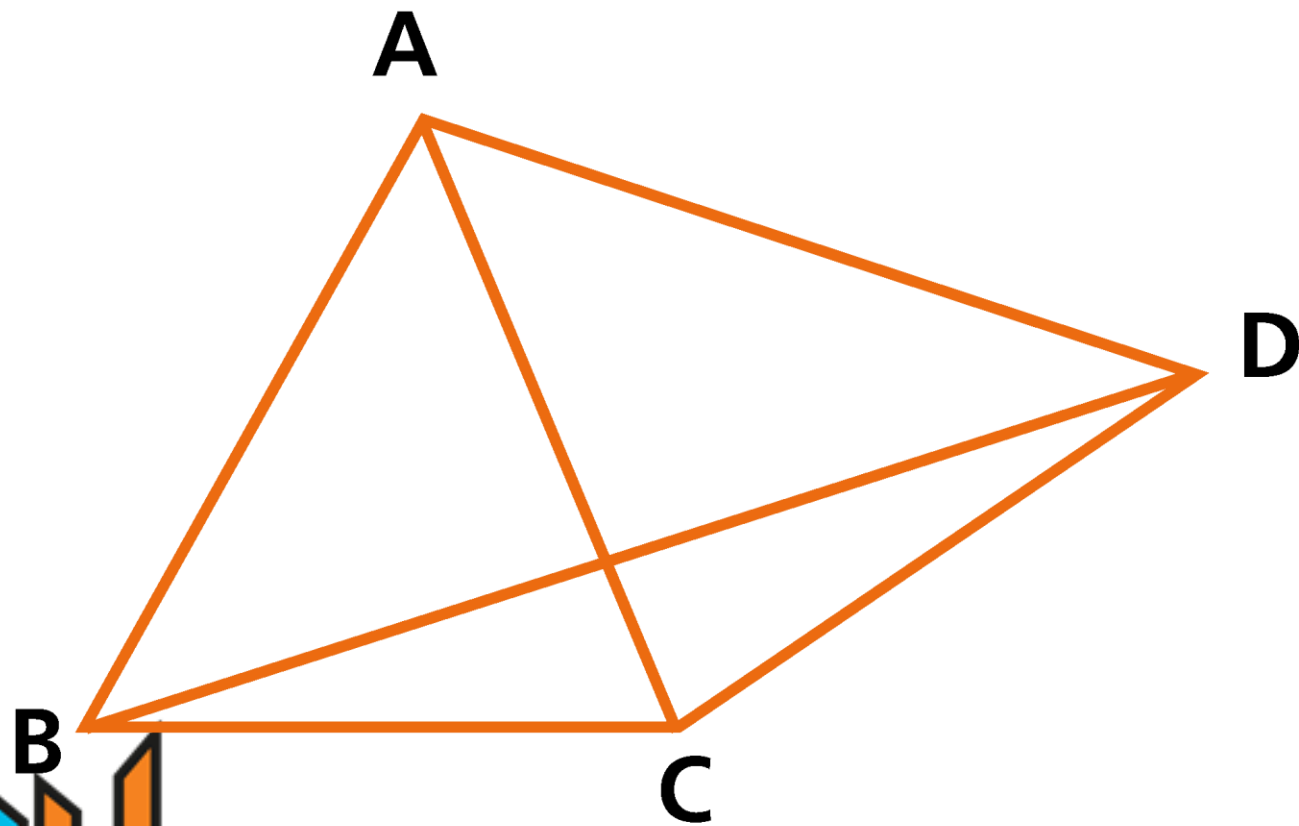
4. 30



5. รูปสี่เหลี่ยม ABCD มี  $\angle BDC = 10^\circ$ ,  $\angle CAD = 40^\circ$

และ  $\angle BAC = \angle CBD = 20^\circ$

ถ้า  $BD = 12$  หน่วย แล้ว  $AB$  เท่ากับกี่หน่วย



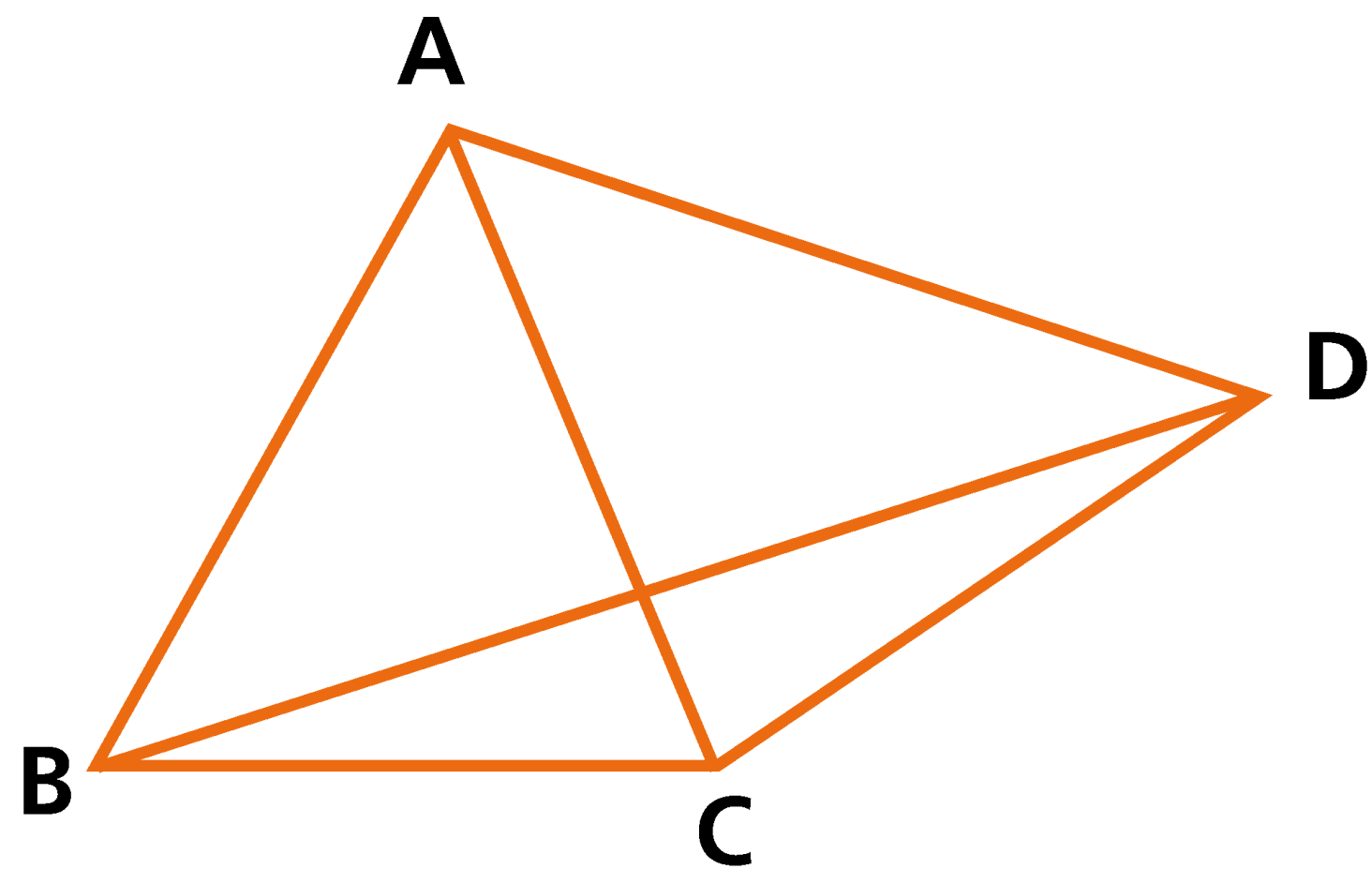
1. 8

2. 9

3. 10

4. 12



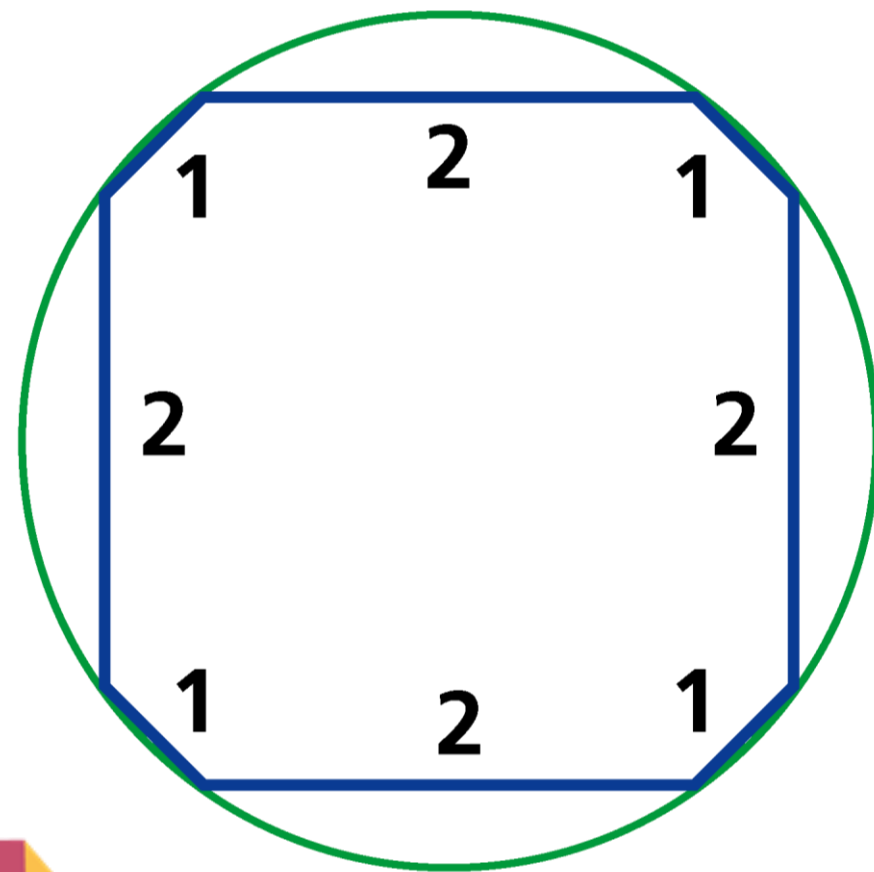


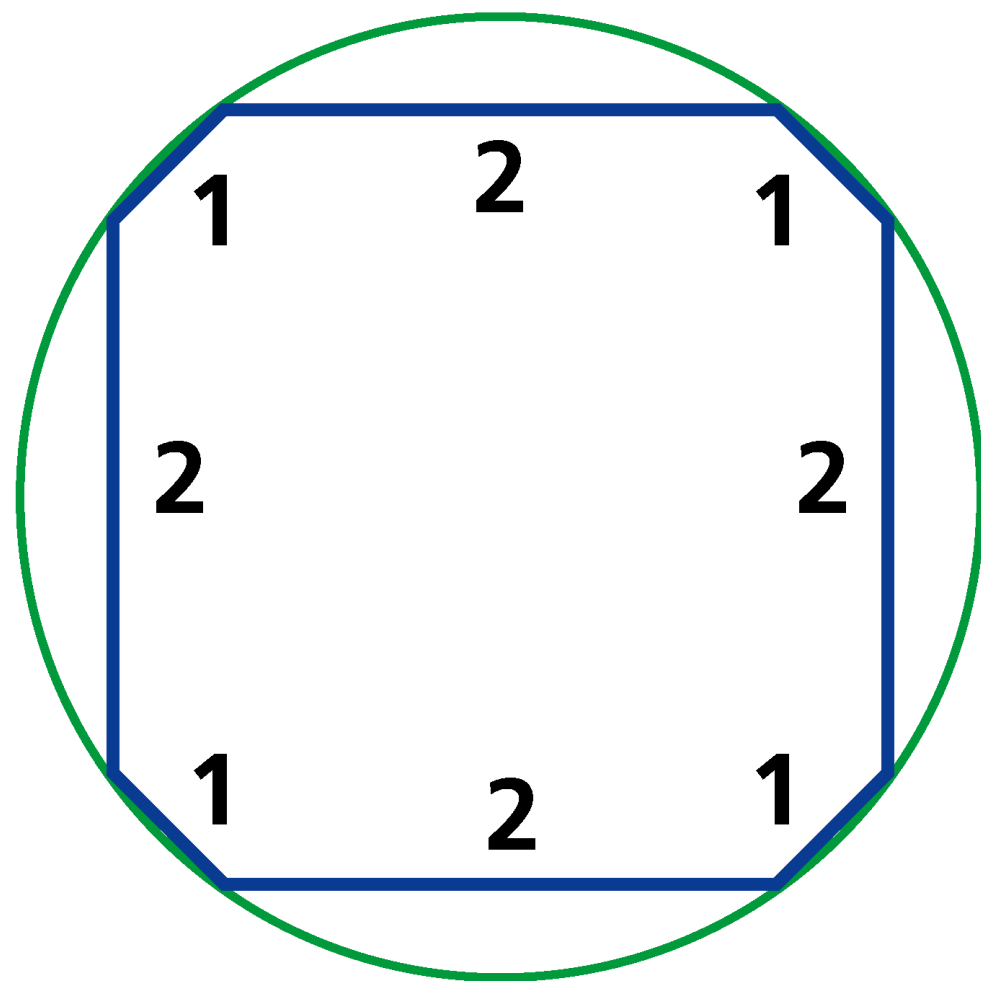


6. รูปแปดเหลี่ยมที่มีด้านยาว 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2 หน่วย ตามลำดับ

แนบอยู่ในวงกลม ตั้งรูปถ้า R เป็นรัศมีของวงกลมวงนี้ และ

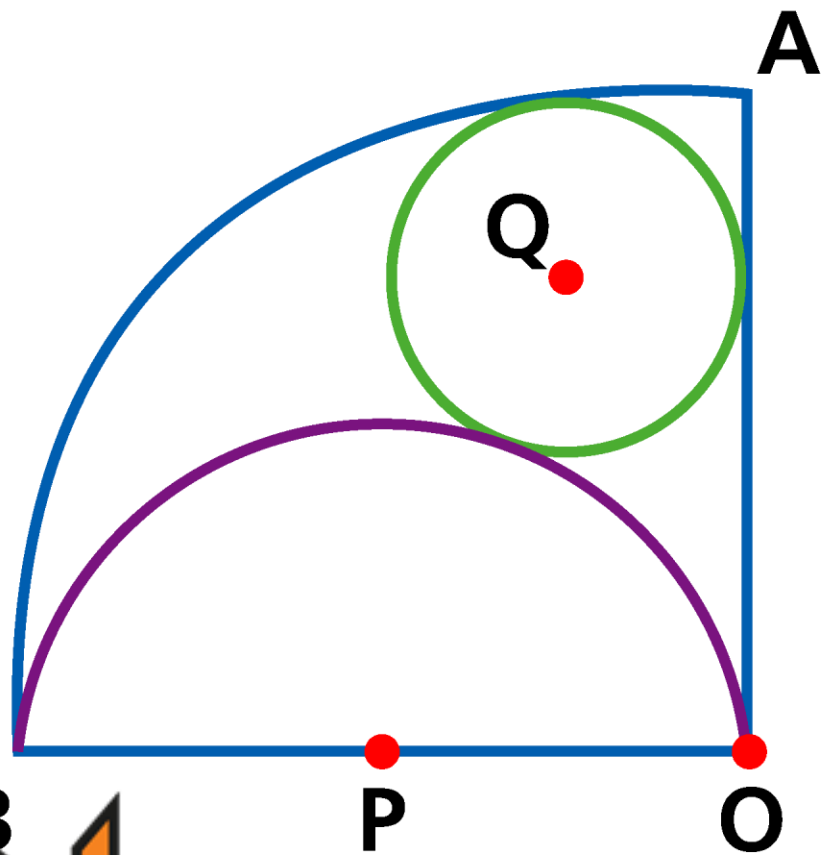
$$R^2 = \frac{(a + b\sqrt{2})}{2} \quad \text{แล้ว } 2(a + b) \text{ มีค่าเท่าใด (MWIT)}$$





Ball  
Animals

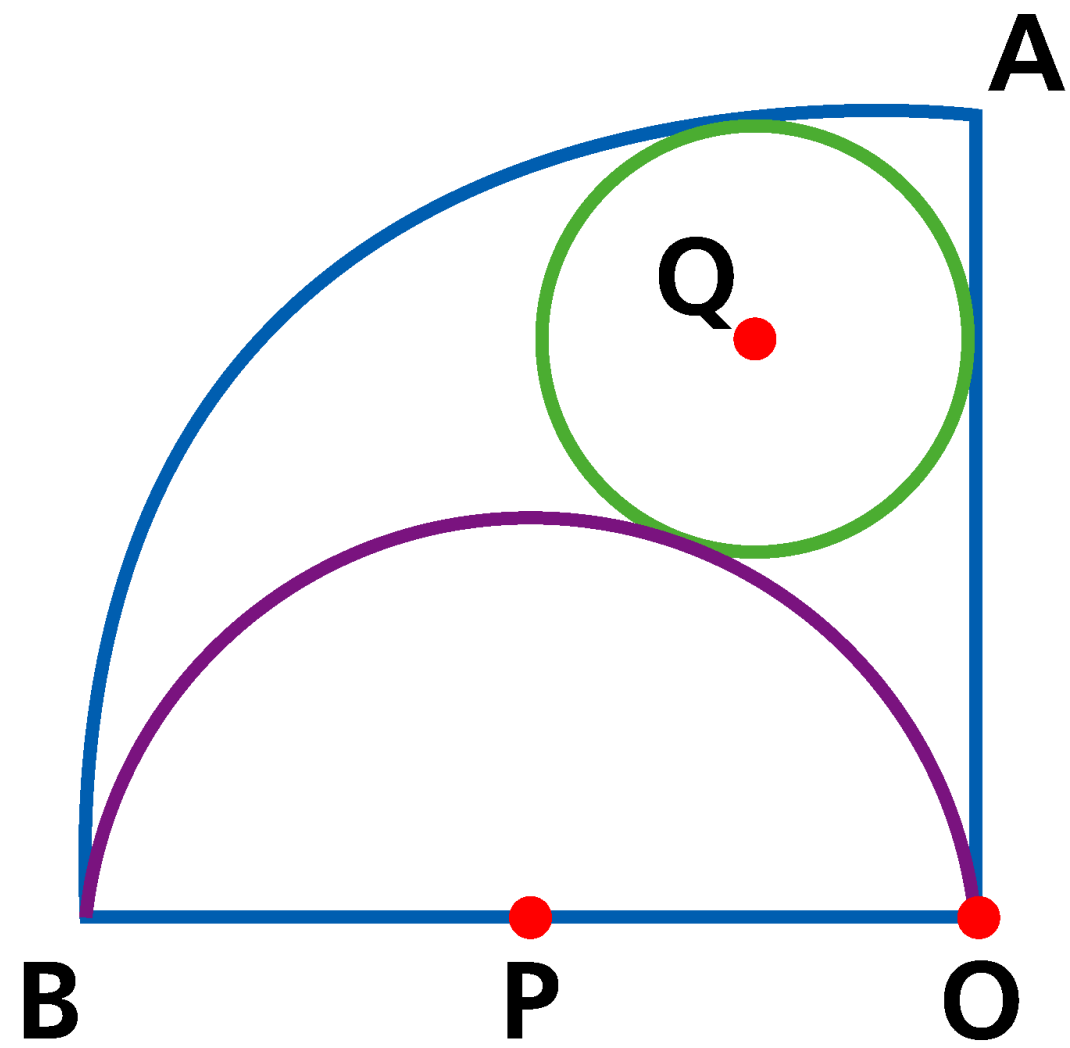
7. จากรูป OAB เป็นเซกเตอร์ของวงกลมที่มีรัศมียาว 20 หน่วย และ AOB ทาง  $90^\circ$  มีครึ่งวงกลม P และวงกลม Q บรรจุภายในดังรูป จงหารัศมีของวงกลม Q



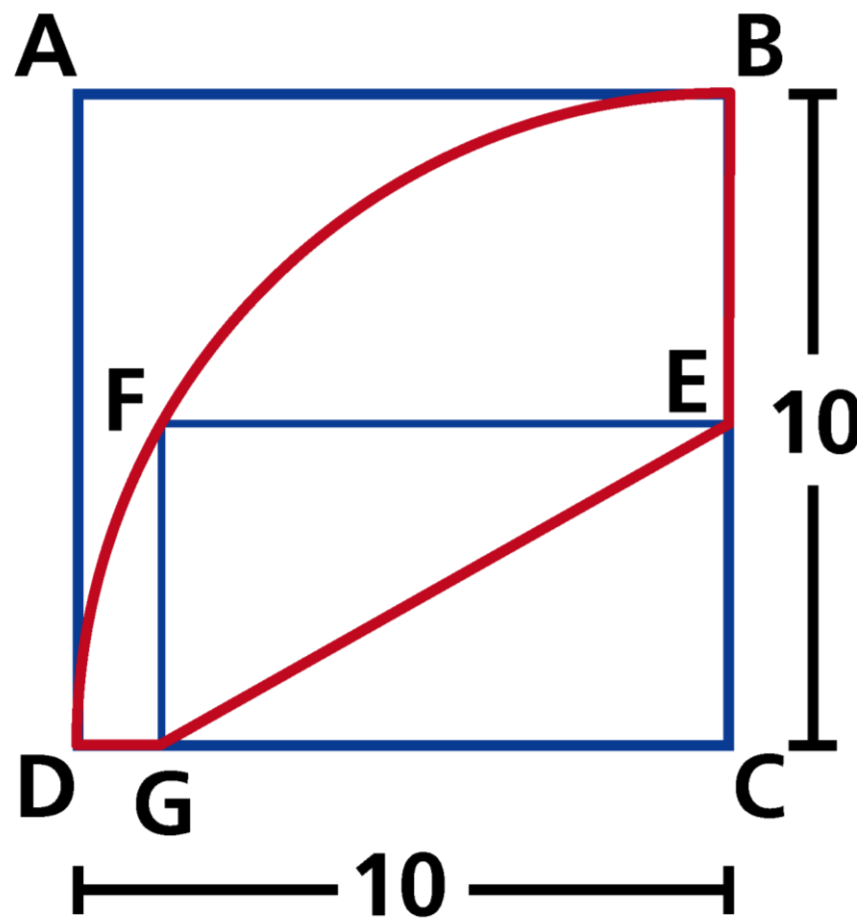
1. 4.25 หน่วย
2. 4.5 หน่วย
3. 4.75 หน่วย
4. 5 หน่วย



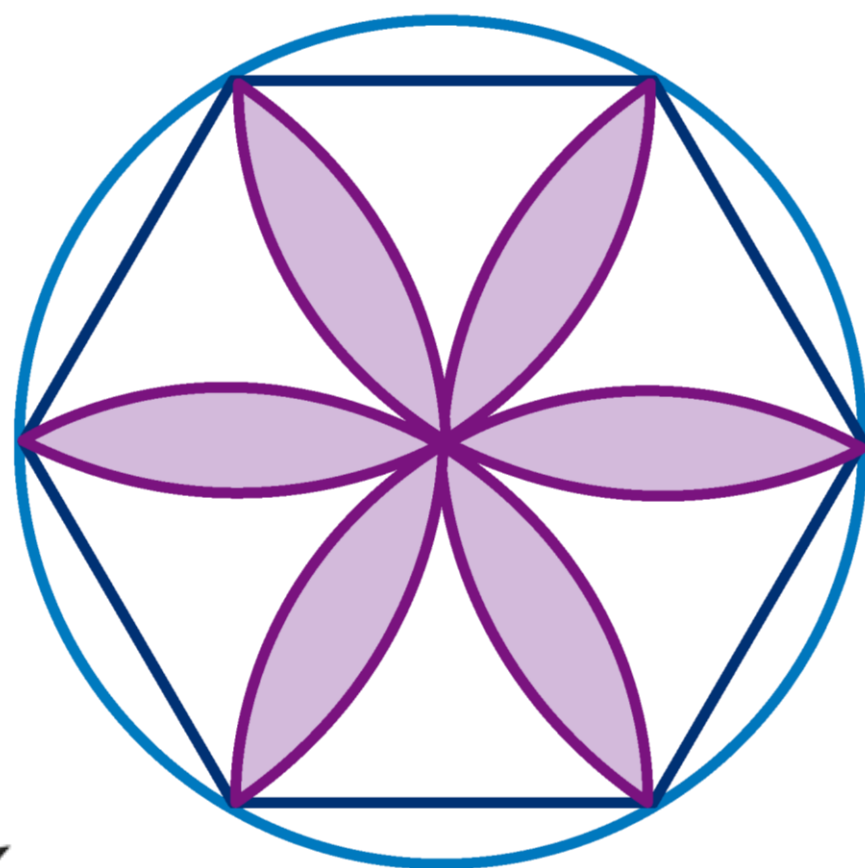


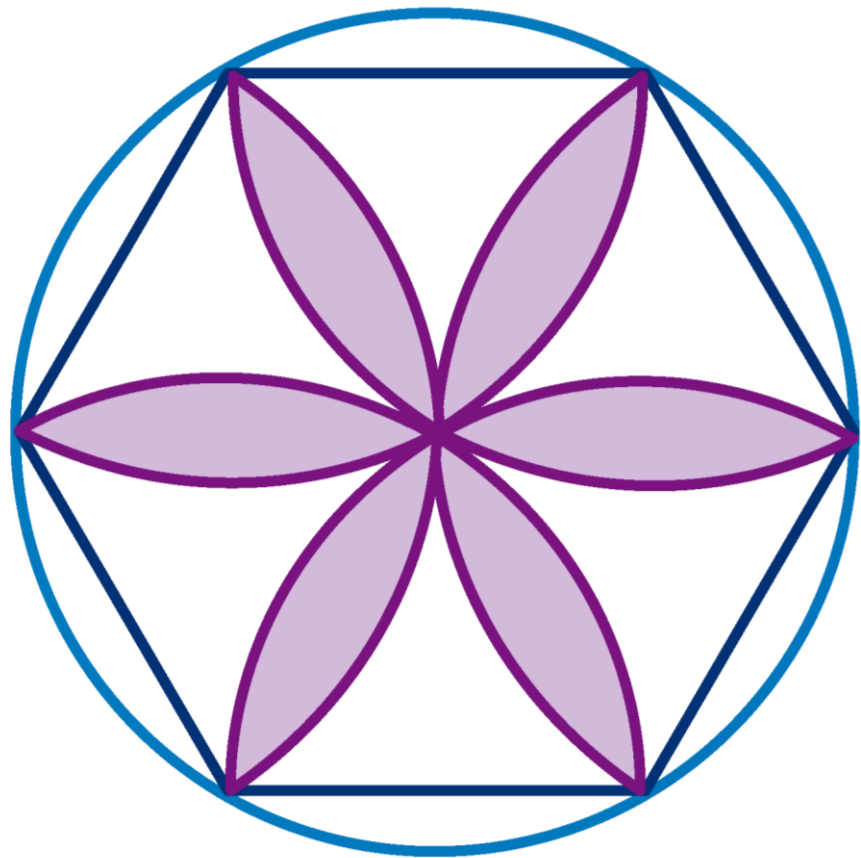


8. กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก และ  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางของส่วนของวงกลม  $BCD$  รัศมี 10 เซนติเมตร และ  $\square CEFG$  มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 26 เซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูป  $BDGE$  (MWIT)



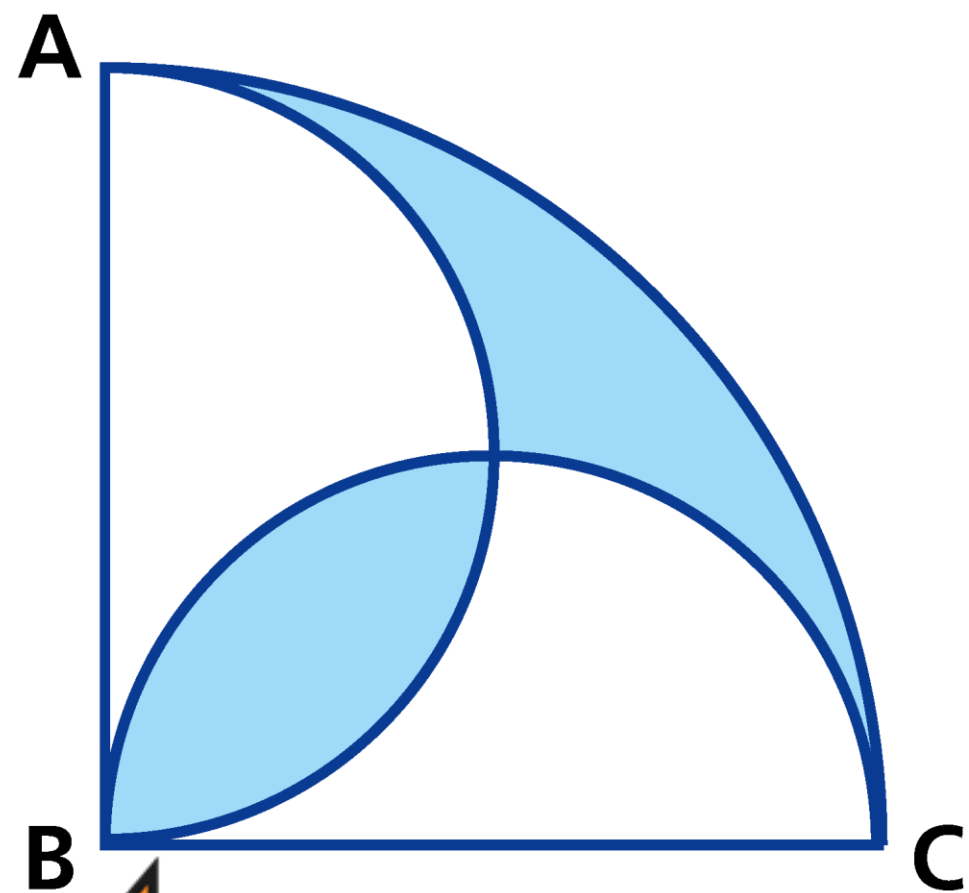
## 9. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 6 นิ้ว ส่วนที่แรเงามีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว



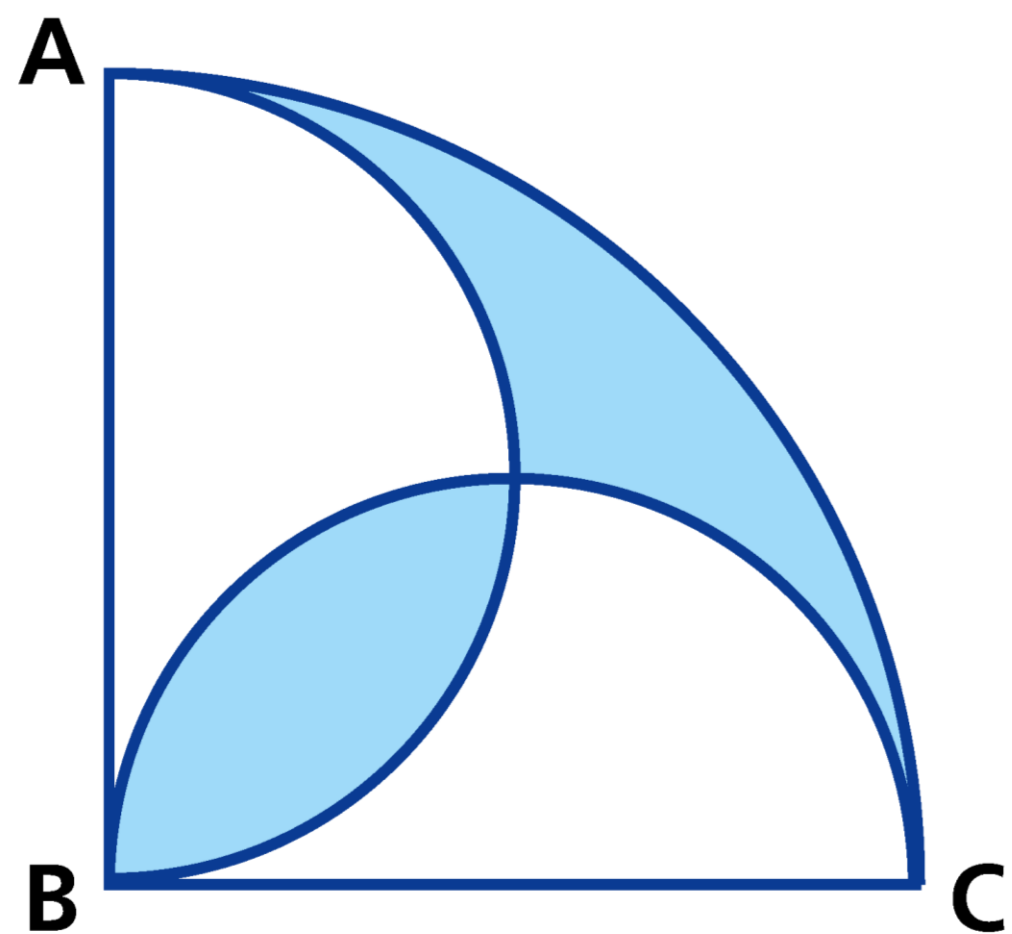


Ball  
Anas

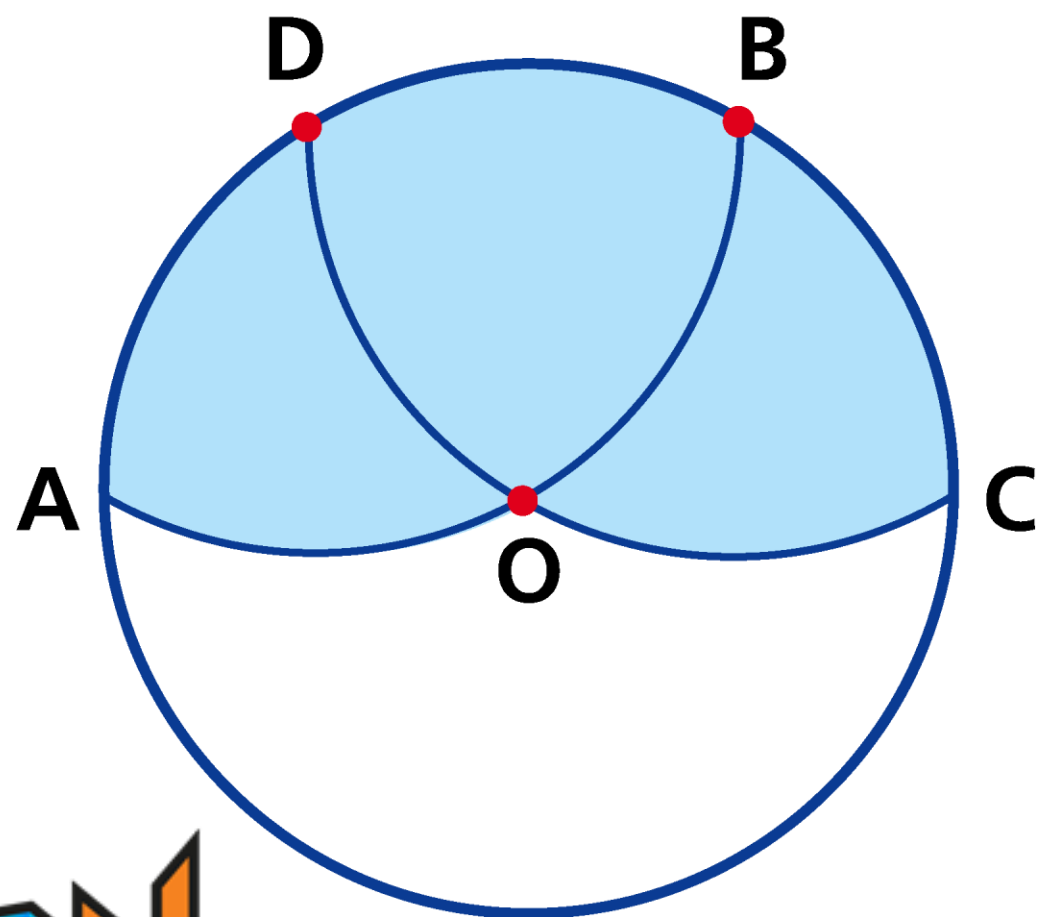
10. ถ้า  $AB = BC = 2$  โดยมีครึ่งวงกลมอยู่บนด้าน  $AB$  และด้าน  $BC$   
ตั้งรูป แล้วพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นกี่ตารางหน่วย (MWIT)





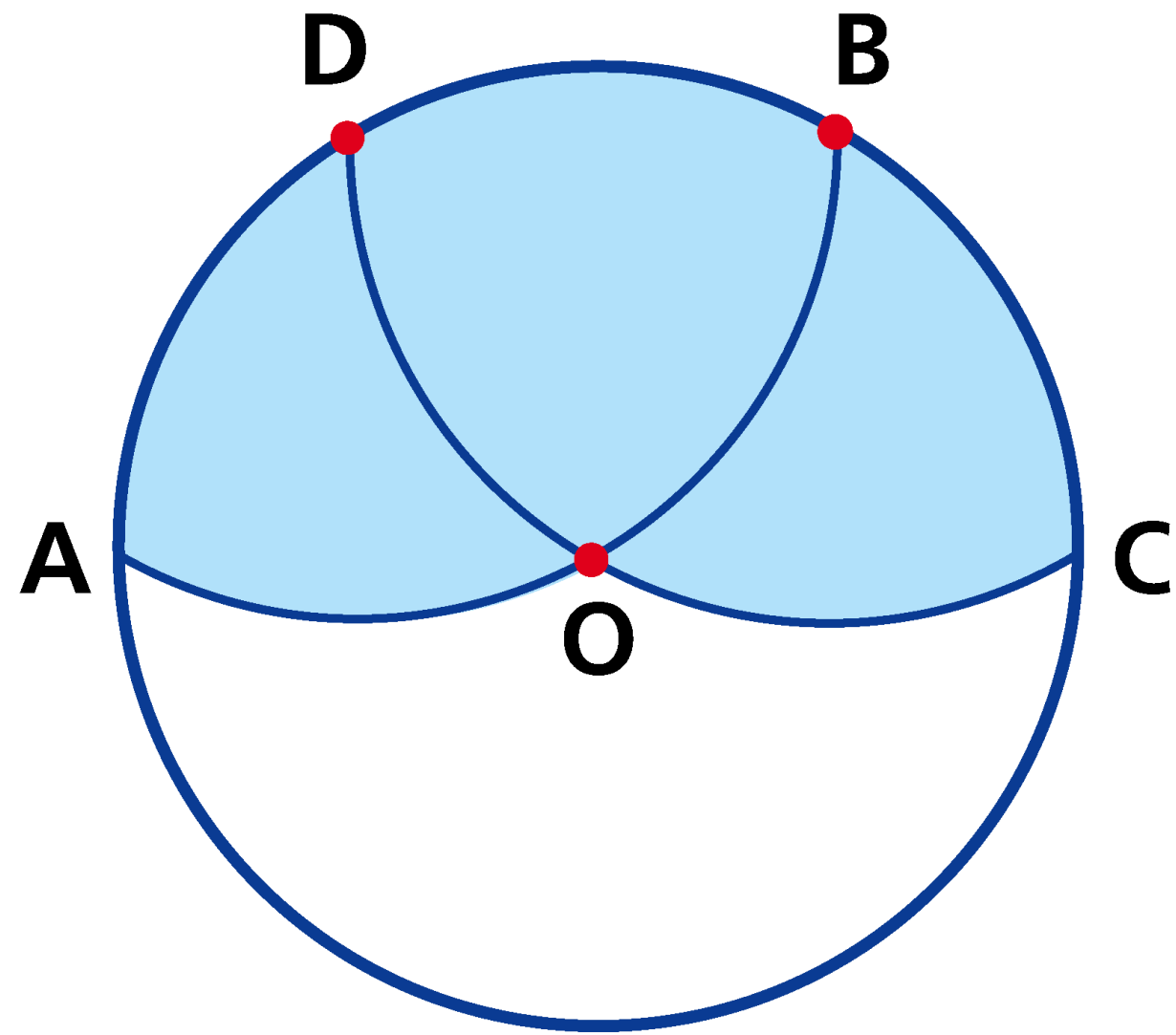


11. กำหนดให้ O, B, D เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วยเท่ากัน จงหาพื้นที่แรเงา



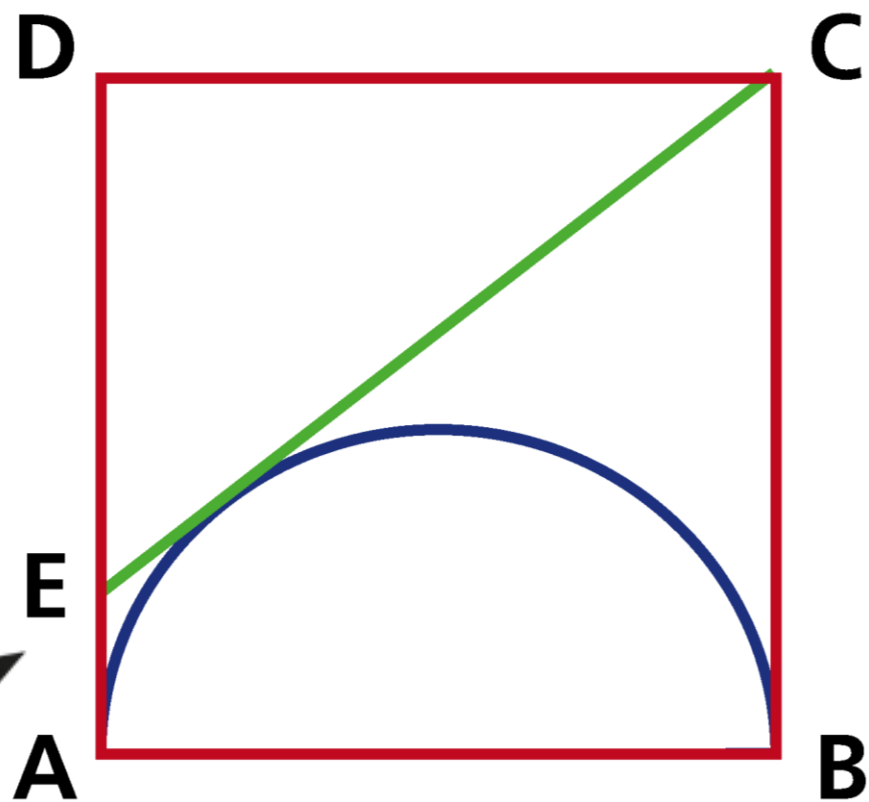
1.  $8\left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$  ตารางหน่วย
2.  $6(5\pi - \sqrt{3})$  ตารางหน่วย
3.  $4(2\pi + 3\sqrt{3})$  ตารางหน่วย
4.  $4(3\pi + \sqrt{3})$  ตารางหน่วย







12. Square  $ABCD$  has side length 2. A semicircle with diameter  $\overline{AB}$  is constructed inside the square, and the tangent to the semicircle from  $C$  intersects side  $\overline{AD}$  at  $E$ . What is the length of  $\overline{CE}$  ?



A.  $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$

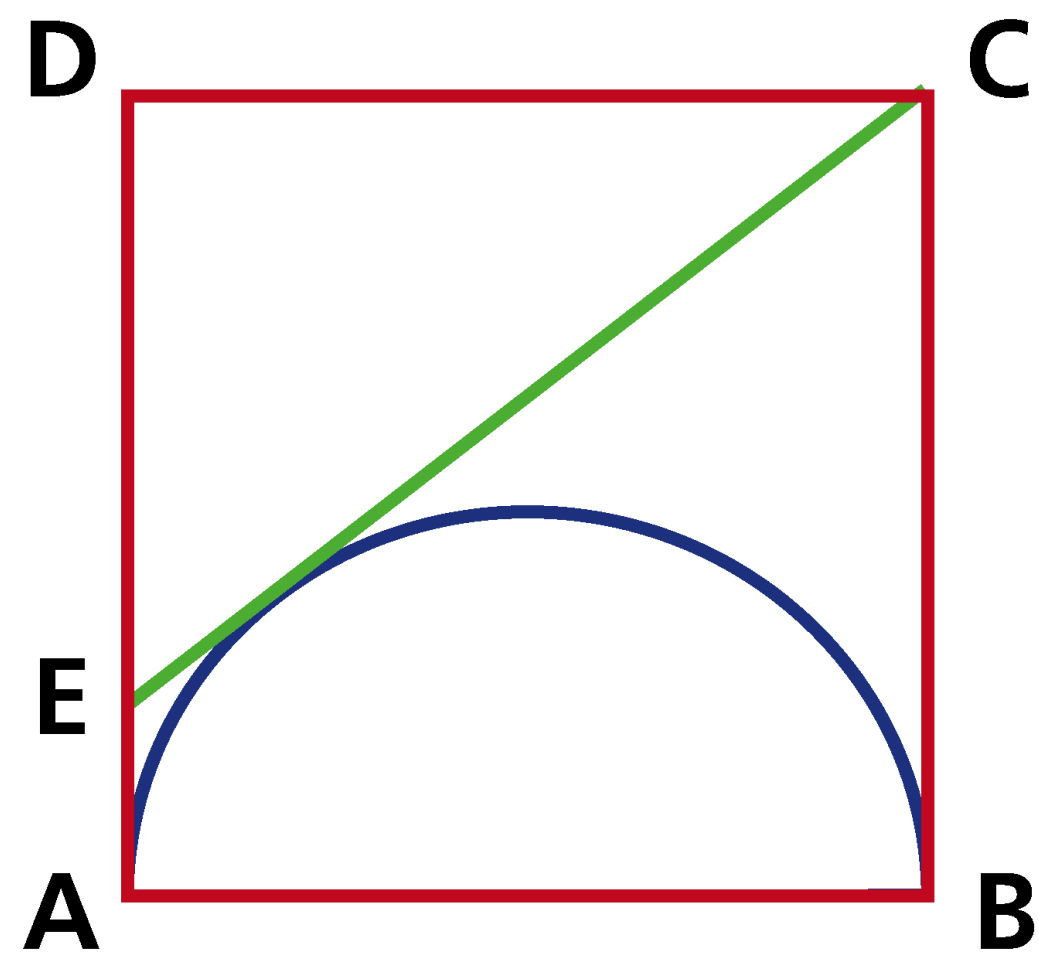
B.  $\sqrt{5}$

C.  $\sqrt{6}$

D.  $\frac{5}{2}$

E.  $5 - \sqrt{5}$







[www.trueplookpanya.com](http://www.trueplookpanya.com)