



วิชา คณิตศาสตร์

ม. ต้น ตอนที่ 03 - 04

เรื่อง Algebra 3 - 4

โดย พี่ภูมิ สิทธิเดช เลนุกูล สถาบันกวดวิชา We By The Brain



สามารถรับชม รายการสอนศาสตร์ ได้ทาง
ทรูปลูกปัญญา TrueVisions 37 | HD 111 | PSI 188
www.truelookpanya.com/tv : sonsart



เลขยกกำลัง



สมบัติเลขยกกำลัง

สำหรับ a และ b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์

m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad 2. a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$



สมบัติเลขยกกำลัง

$$3. a^0 = 1 \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$4. \left(a^m\right)^n = a^{mn} = \left(a^n\right)^m$$

$$5. (ab)^n = a^n b^n$$

$$6. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



สมบัติเลขยกกำลัง

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$8. \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}$$



ตะลุยโจทย์ เรื่อง เลขยกกำลัง

1. ผลสำเร็จของ $4 \times 96^{10} \times \left(\frac{625}{12}\right)^9$ เป็นจำนวนเต็ม
ประกอบด้วยเลขที่หลัก (MWIT)



2. กำหนดให้ A เป็นจำนวนเต็มบวก x และ y เป็นจำนวนจริงโดยที่

$$6x + 13y = 2554 \text{ และ } 13x + 6y = 4552$$

ค่า A จากสมการ $\frac{2}{11 \times 17^3} (x + y)^3 = A^2$ เท่ากับเท่าใด (MWIT)



3. กำหนด $a > b$ และ a, b สอดคล้องกับสมการ $243^x \cdot 9^{x^2} = 27$
แล้วค่าของ $a-b$ เท่ากับเท่าใด



4. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ $60^a = 3$ และ $60^b = 5$

แล้วค่าของ $12^{\frac{2(1-b)}{1-a-b}}$ เท่ากับเท่าใด



5. กำหนดให้ $a = 3^{60}$, $b = 5^{45}$, $c = 6^{45}$ และ $d = 7^{30}$

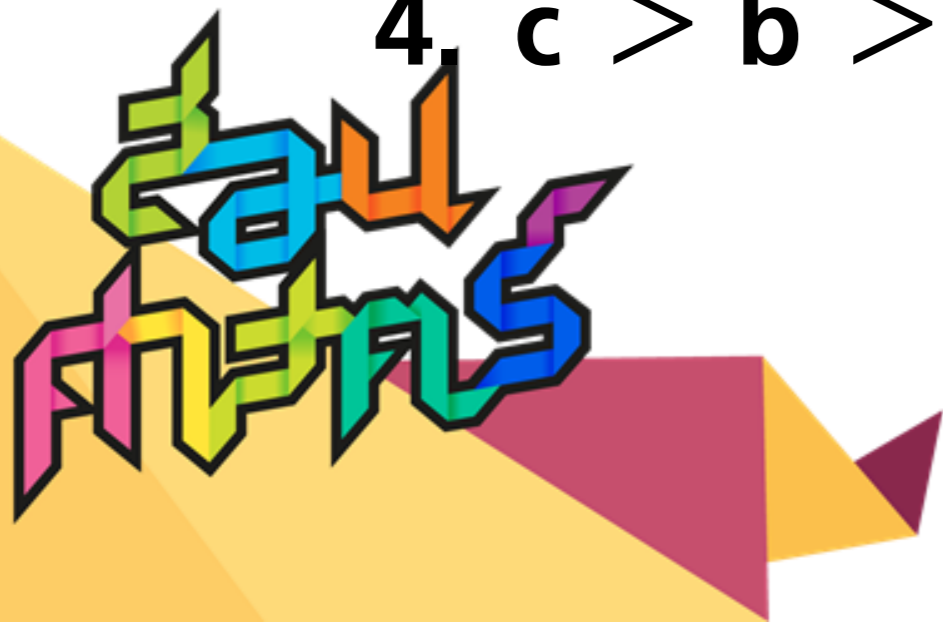
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $d > c > b > a$

2. $a > c > b > d$

3. $d > a > b > c$

4. $c > b > a > d$



6. กำหนดให้ $a = \frac{1}{\sqrt{16} - \sqrt{15}}$ และ $b = \frac{1}{\sqrt{16} + \sqrt{15}}$

จงหาค่าของ $a^2 - ab + b^2$ (MWIT)



7. จำนวนเต็มบวก n ที่ทำให้

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = 24$$

เท่ากับเท่าใด



พฤษภาคม

Goal
Always

สูตรการแยกตัวประกอบพหุนาม

กำลังสองสมบูรณ์

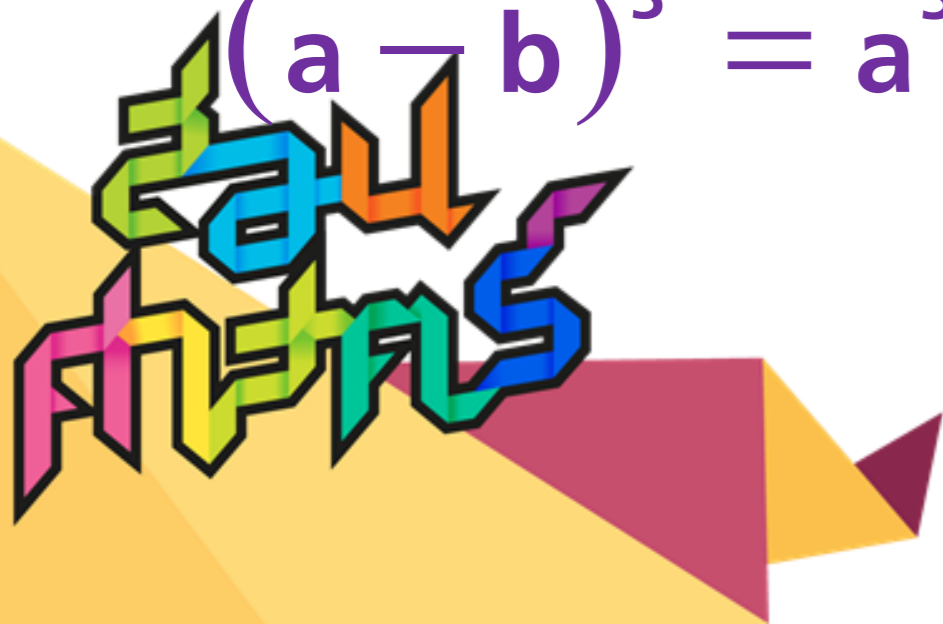
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

กำลังสามสมบูรณ์

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$



สูตรการแยกตัวประกอบพหุนาม

ผลต่างของกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

ผลบวกและผลต่างของกำลังสาม

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$



สูตรการแยกตัวประกอบพหุนาม

กำลังสองสมบูรณ์แบบ 3 พจน์

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

รูปแบบพิเศษ

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$



ตะลุยโจทย์ เรื่อง พหุนาม

1. ถ้า $\left(a - \frac{1}{a}\right)^5 = \sqrt{3}$

แล้ว $\left(a^2 + \frac{1}{a^2} - 2\right)^{20}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



2. ถ้า $x < 0$ และ $(3x^2 - x)(3x^2 - x - 8) + 16 = 0$
แล้ว ค่าของ $x^2 + x + 5$ เท่ากับเท่าใด (MWIT)



3. ถ้า $\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}} = a + b$

แล้ว $a - b$ เท่ากับเท่าไร (MWIT)



4. ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1 = a + b + c + d$$

แล้ว ค่าของ $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ เท่ากับเท่าใด



5. ถ้า

$$\left(x^2 + 5x - 6\right)^3 + \left(2x^2 - 4x + 2\right)^3 = \left(3x^2 + x - 4\right)^3 + 12$$

แล้ว $\left(x^2 + 5x - 6\right)\left(2x^2 - 4x + 2\right)\left(3x^2 + x - 4\right)$

มีค่าเท่ากับเท่าใด



ทฤษฎีบทเศษเหลือ (Remainder Theorem)

ถ้าหารพหุนาม $P(x)$ ด้วยพหุนาม $x-a$ โดยที่ a เป็นค่าคงตัว
แล้ว เศษเหลือ(เศษจากการหาร) เป็น $P(a)$



ทฤษฎีบทตัวประกอบ (Factor Theorem)

พหุนาม $P(x)$ จะมี $(x-a)$ เป็นตัวประกอบ

ก็ต่อเมื่อ $P(a) = 0$



6. ถ้า $\sqrt{3}x^2 - kx - 2\sqrt{27} + \sqrt{75}$ หารด้วย $x - \sqrt{3}$ ลงตัว
แล้วค่าของ k เท่ากับเท่าใด (MWIT)



7. กำหนดให้ $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ เมื่อ b, c และ d เป็นค่าคงตัว ถ้า $P(x)-3$ หารด้วย $x+1, x-2$ และ $x+3$ ลงตัว แล้ว $b+c+d$ มีค่าเท่าใด

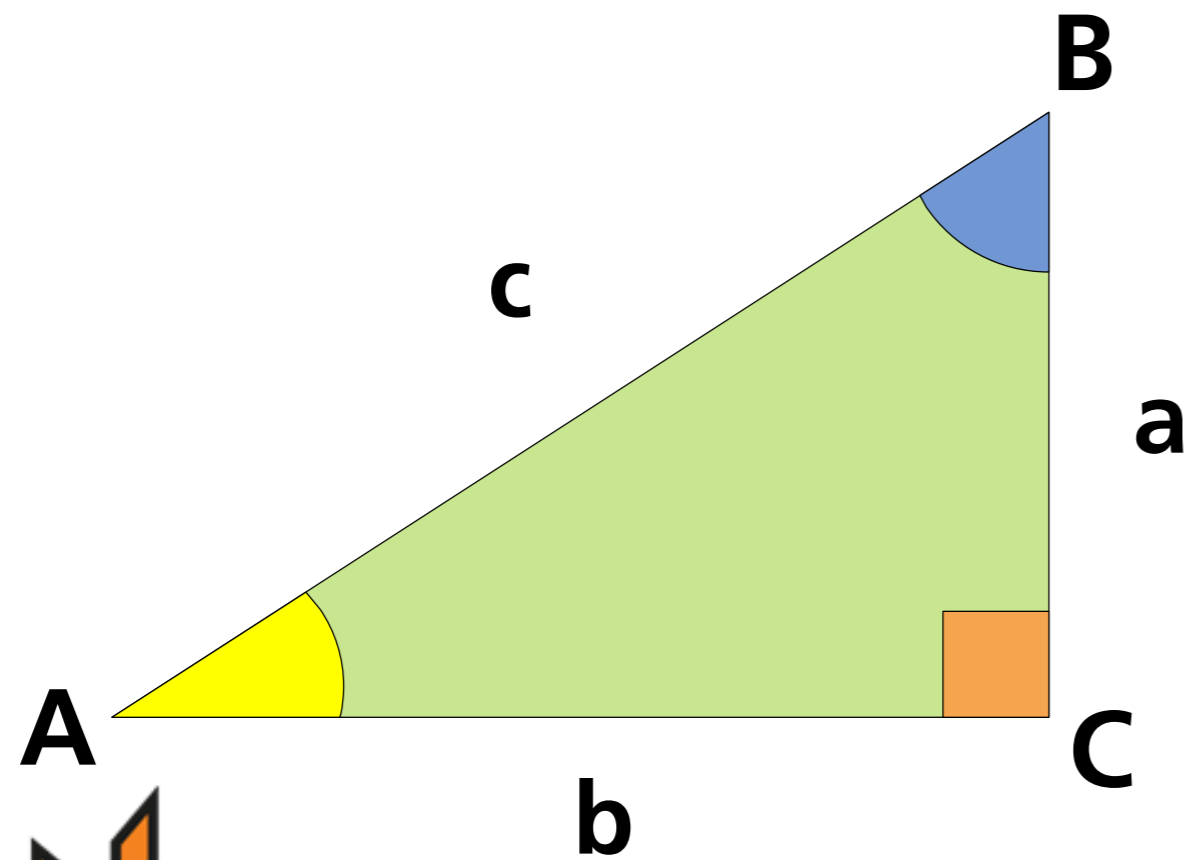


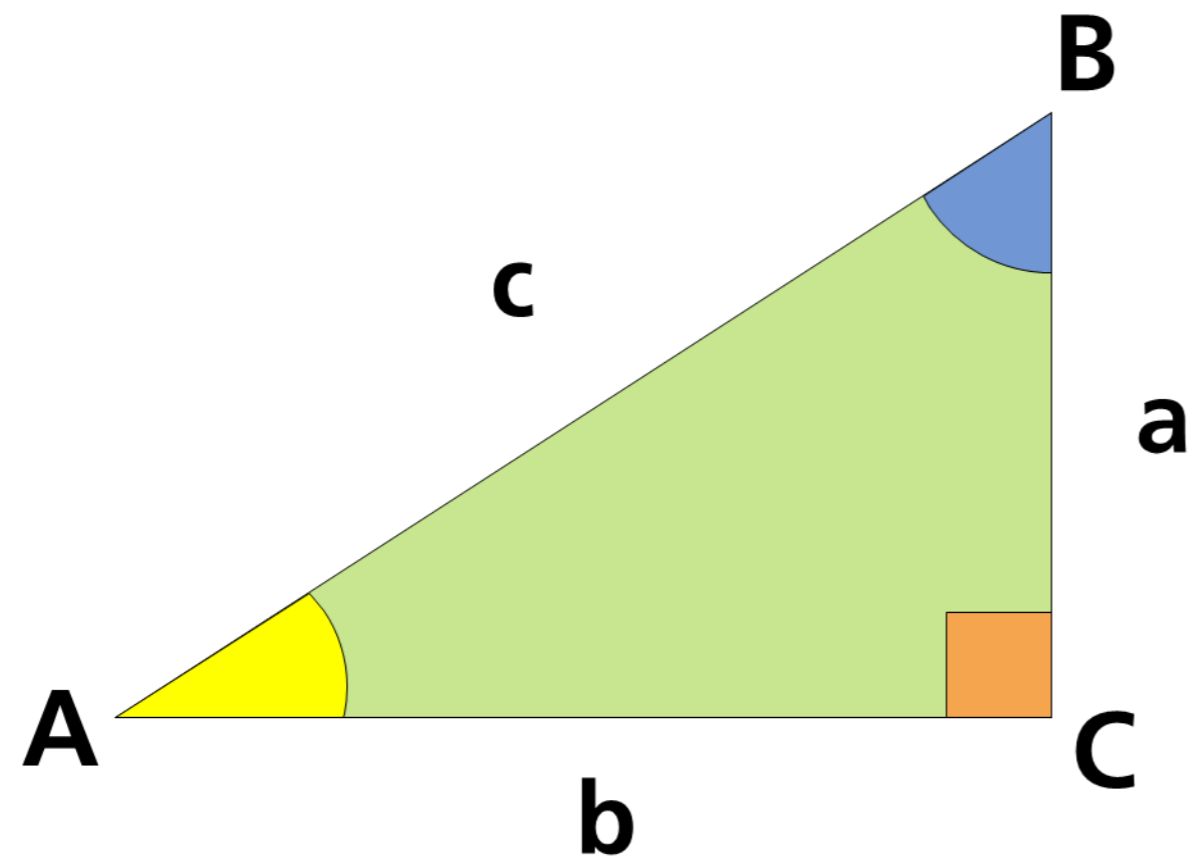
อัตราส่วนตรีโกณมิติ



อัตราส่วนตรีโกณมิติ

คือ อัตราส่วนของความยาวด้าน 2 ด้านใดๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



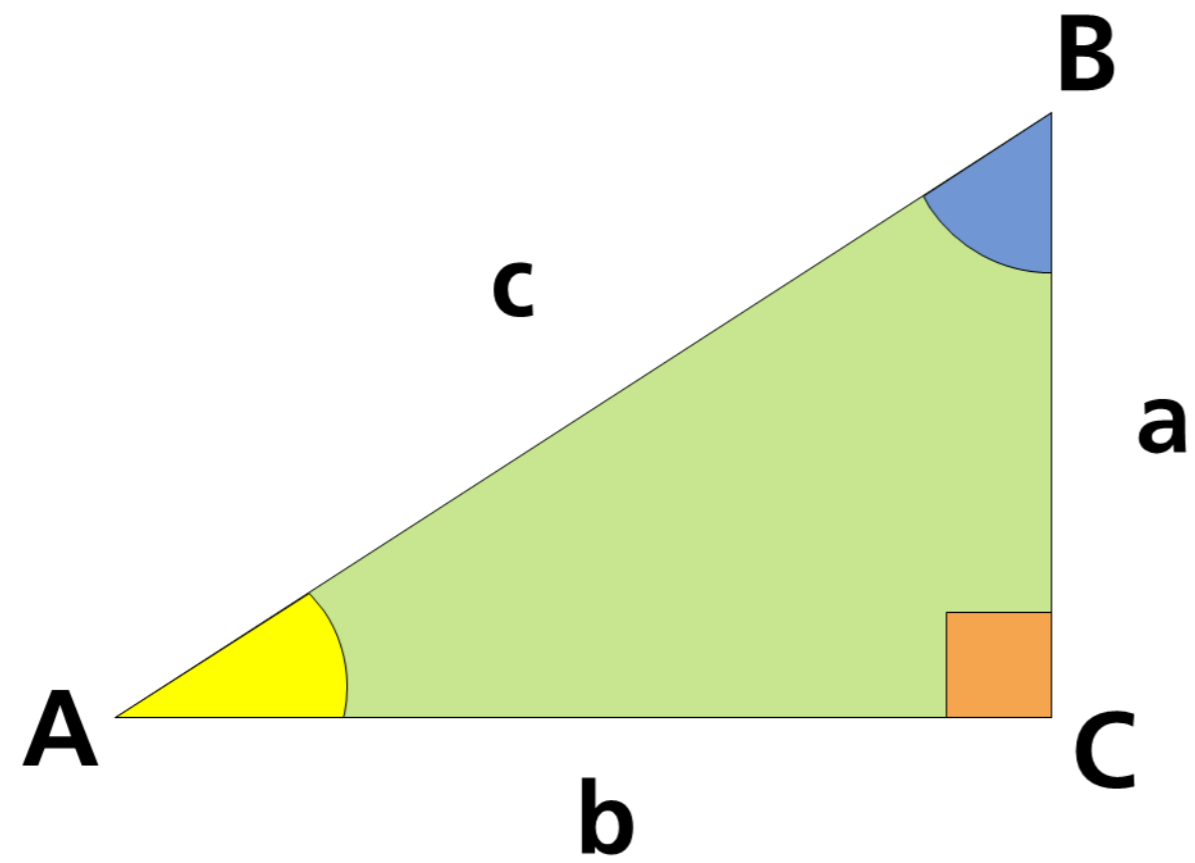


$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\cos A}$$

Call
Always



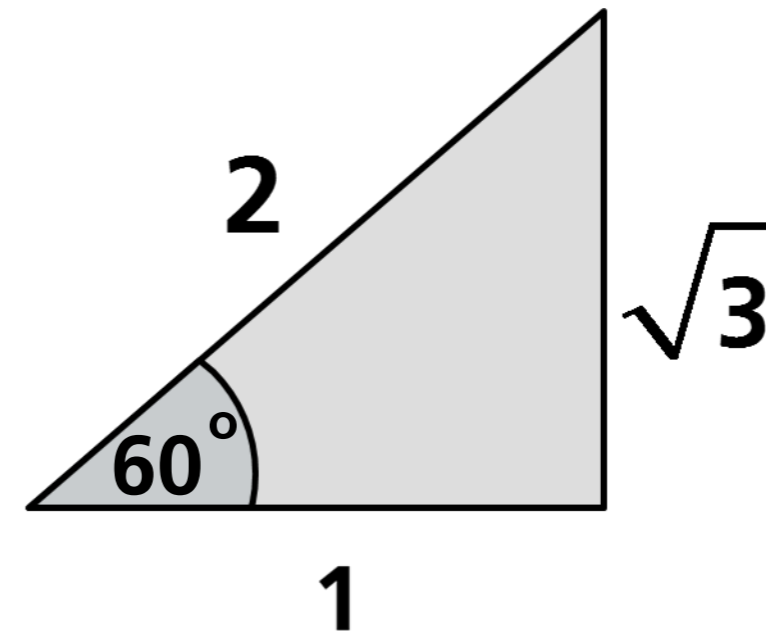
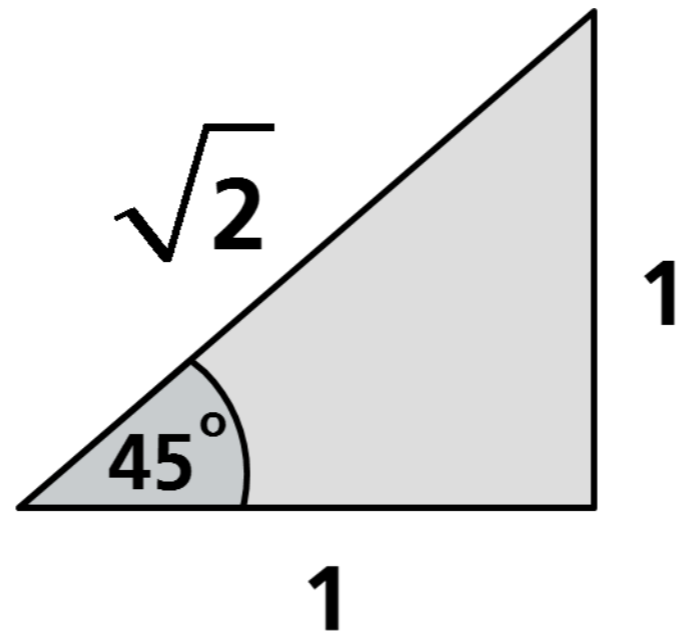
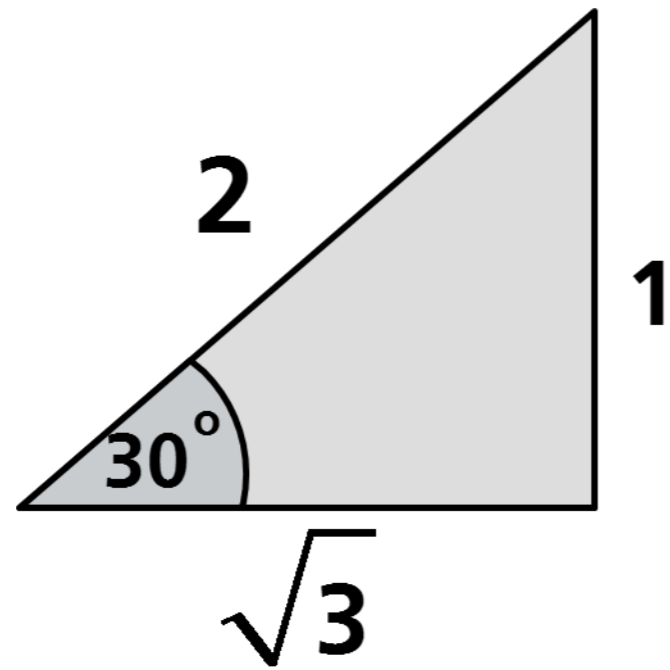
$$\sin A = \frac{a}{c} \rightarrow \csc A = \frac{c}{a}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \rightarrow \sec A = \frac{c}{b}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} \rightarrow \cot A = \frac{b}{a}$$

Call
Always

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30, 45, 60 องศา



ตะลุยโจทย์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. กำหนดให้ A และ B เป็นมุมแหลม

ถ้า $\sin A + \cos B = 1$ และ $3 \sin A - 3 \cos B = 1$

แล้ว $9(\cos^2 A + \sin^2 B)$ มีค่าเท่าไร



2. ถ้า $\cos A = \frac{\tan 60^\circ \cos 60^\circ \csc 30^\circ}{\cot 45^\circ \sec 60^\circ}$

แล้วค่าของ $6 \tan^2 A + 8 \sin 2A \cos A$ เท่ากับเท่าใด (MWIT)



เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = 1 \rightarrow \sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$

$$\csc^2 A - \cot^2 A = 1 \rightarrow \csc^2 A = 1 + \cot^2 A$$



3. ถ้า $\sin^2 A = 4 \cos^2 A$ และ $\sec^4 A - \sec^2 A = k \tan^4 A$

แล้ว k เท่ากับเท่าใด



4. กำหนดให้ $4 \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 7 \sec \theta - 1$

ถ้า $\sin \theta + \cos \theta + \tan \theta = \frac{\sqrt{a+1}}{b}$ เมื่อ a และ b

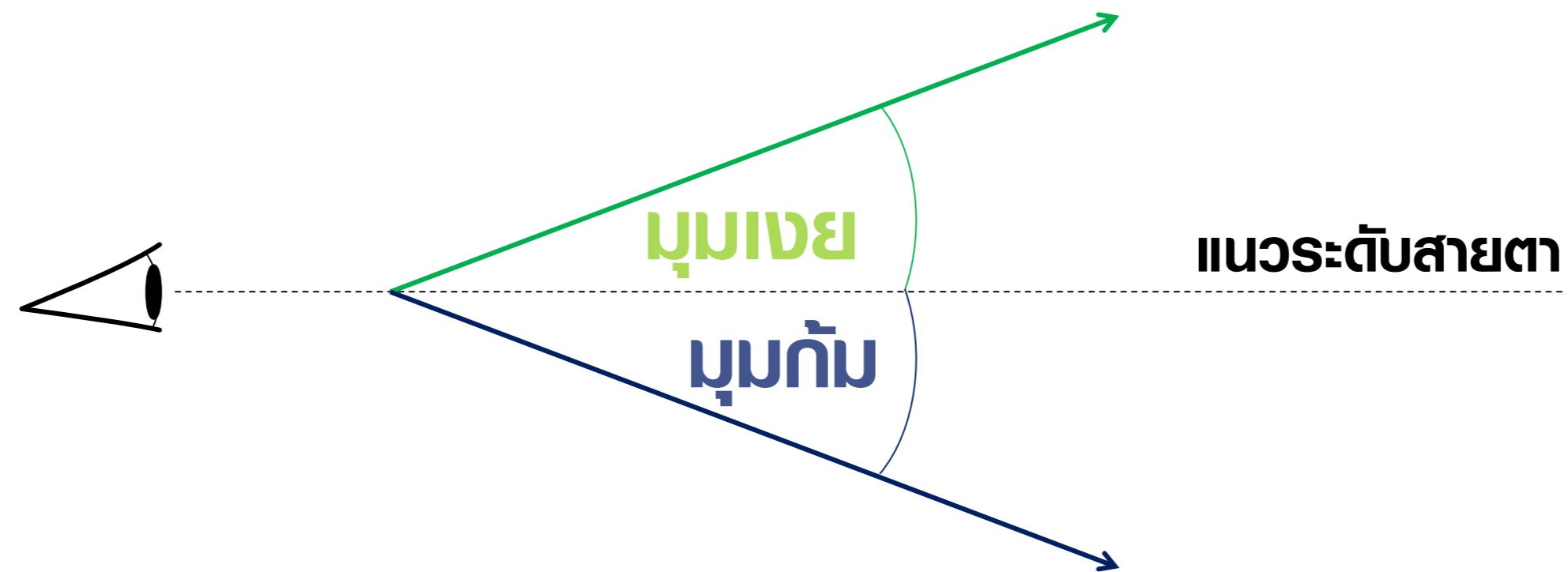
เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $a+b$ เท่ากับเท่าใด



การประยุกต์อัตราส่วนตรีโกณมิติ

มุมก้มหรือมุมกดลง คือ มุมที่วัดจากแนวระดับสายตาลงมา

มุมเงยหรือมุมยกขึ้น คือ มุมที่วัดจากแนวระดับสายตาขึ้นไป



5. กะลาสีเรืออยู่บนยอดเสากระโดงเรือ ซึ่งอยู่สูงจากระดับน้ำทะเล $7\sqrt{3}$ เมตร มองเห็นเรือ A อยู่ทางทิศเหนือเป็นมุมกัม 60° และ มองเห็นเรือ B อยู่ทางทิศใต้เป็นมุมกัม 30° เรือ A และ เรือ B อยู่ห่างกันกี่เมตร



6. กล้องวงจรปิดซึ่ง ถูกติดตั้งอยู่สูงจากพื้นถนน 2 เมตร
สามารถจับภาพได้ต่ำที่สุดที่มุมก้ม 45° และสูงที่สุดที่มุมก้ม 30°
ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกล้องที่กล้องนี้สามารถจับภาพได้เท่ากับเท่าใด





www.truelookpanya.com