



วิชา คณิตศาสตร์

ม.ปลาย ตอนที่ 03

เรื่อง เมทริกซ์ 3

โดยพี่ทอสฟ เชวลิต กุลศิริพิทาธ สถาบันกวดวิชา We By The Brain



สามารถรับชม **รายการสอนพิเศษ** ได้ทาง
ทรูปลูกปัญญา True Visions ช่อง 9 และ PSI ช่อง 334
www.trueplookpanya.com/tv  facebook.com/sonsart



MATRIX



ไมเนอร์ (Minor) และ โคแฟกเตอร์ (Cofactor)

Minor : $M_{ij}(A)$ คือ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่ได้จากการตัดแถวที่ i
และหลักที่ j ของเมทริกซ์ A ออก

Cofactor : $C_{ij}(A)$ คือ $(-1)^{i+j} M_{ij}(A)$

เมทริกซ์ขนาด 3×3 ขึ้นไปหา A^{-1} จาก

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{adj} A) \quad \text{โดย } \text{adj} A = [C_{ij}(A)]^t$$



14. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ ที่มีมิติ 3×3 และ $\det(A) \neq 0$ พิจารณาจากข้อความต่อไปนี้

(ก) $(\det(A))^3 = \det(\text{adj}(A))$

(ข) ถ้า $A^2 = 2A$ แล้ว $\det(A) = 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก

2. (ก) ถูก และ (ข) ผิด

3. (ก) ผิด และ (ข) ถูก

4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด



$$n. (\det(\mathbf{A}))^3 = \det(\text{adj}(\mathbf{A}))$$



ข. ถ้า $A^2 = 2A$ แล้ว $\det(A) = 2$



15. กำหนดให้ A, B เป็นเมทริกซ์มิติ $n \times n$ ใดๆ ซึ่งมีดีเทอร์มิแนนต์ไม่เป็นศูนย์
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\det(A^{-1}B^tA^tB^{-1}) = (\det(A))^2(\det(B))^2$

ข. $\text{adj}(AB) = (\det A)(\det B)A^{-1}B^{-1}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก

2. (ก) ถูก และ (ข) ผิด

3. (ก) ผิด และ (ข) ถูก

4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด



$$n. \quad \det\left(A^{-1}B^t A^t B^{-1}\right) = \left(\det(A)\right)^2 \left(\det(B)\right)^2$$



$$\text{v. } \text{adj}(AB) = (\det A)(\det B) A^{-1} B^{-1}$$



การใช้ Cofactor ในการหา det ของเมทริกซ์ขนาด $n \times n$

ขั้นตอนการหา det

1. เลือกแถวหรือหลักมา 1 แถว หรือ 1 หลัก
2. หา Cofactor ของสมาชิกแต่ละตัวในแถวหรือหลักที่เลือกมา
3. เอาสมาชิกในตำแหน่งนั้น คูณกับ Cofactor ของสมาชิกในตำแหน่งนั้นแล้วนำมาบวกกันผลที่ได้คือค่าของ det



สอนพิเศษ

16. ให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 1 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 2 & d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}$ ถ้า $C_{13}(A) = 2$, $C_{14}(A) = 1$

$C_{31}(A) = 0$ และ $C_{41}(A) = -1$ แล้ว $\det(\text{adj}(A))$ มีค่าเท่าใด

1. -64

2. -8

3. 0

4. 8

5. 64



17. กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1-x & 2 & 2x \end{bmatrix}$ โดยที่ x เป็นจำนวนจริง

ถ้า $C_{22}(A) = 14$ แล้ว $\det(\text{adj}A)$ มีค่าเท่าใด



เรียน
พิเศษ

18. กำหนดให้ a, b, c, d, x และ y เป็นจำนวนจริง และ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ และ } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้า $A^2 = I$ และ $AB = 2C$

แล้วค่าของ $\det(B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.25

2. 0.5

3. 2

4. 4



19. ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & 1-a \\ 1+a & -a \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง และ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว

$\det (A - \sqrt{2}I)(A - \sqrt{3}I)(A - \sqrt{5}I)(A - \sqrt{7}I)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.48-13a

3.17a

5.48

2. $(a - \sqrt{2})(a - \sqrt{3})(a - \sqrt{5})(a - \sqrt{7})$

4.17



สอนพิเศษ



www.trueplookpanya.com