



# วิชา คณิตศาสตร์

ม.ปลาย ตอนที่ 01

## เรื่อง เมทริกซ์ 1

โดยพี่ทอล์ฟ เชวลิศ กุลศิริศิมา สถาบันกวดวิชา We By The Brain



สามารถรับชม **รายการสอนพิเศษ** ได้ทาง  
ทรูปลูกปัญญา True Visions ช่อง 9 หรือ PSI ช่อง 334  
[www.trueplookpanya.com/tv](http://www.trueplookpanya.com/tv)  [facebook.com/sonsart](https://facebook.com/sonsart)



# MATRIX



1. กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  จงหา

1.1  $A + 2B$



1. กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  จงหา

1.2  $A^t - B$



1.กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  จงหา

1.3 AB



1.กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  จงหา

1.4 BA



## การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

1.  $AB$  ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ  $BA$

2.  $A(BC) = (AB)C = ABC$

3.  $AI = A = IA$

4.  $AA^{-1} = I = A^{-1}A$

## การแจกแจง

$$1. A(B \pm C) = AB \pm AC$$

$$2. (B \pm C)A = BA \pm CA$$



สอน  
ทบทวน

## ทราנסโพสของเมทริกซ์

1.  $(A^t)^t = A$
2.  $(A \pm B)^t = A^t \pm B^t$
3.  $(AB)^t = B^t A^t$
4.  $(kA)^t = kA^t$
5.  $(A^n)^t = (A^t)^n$

## อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

1.  $(A^{-1})^{-1} = A$
2.  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
3.  $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}; k \neq 0$
4.  $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$



สอน  
ทราส



2. ถ้า  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 5 \end{bmatrix}$  และ  $A^2 - 7A = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$  แล้วค่าของ  $x$  เท่ากับข้อใด

1. 3

2. 1

3. -1

4. -3



เรียนที่ไหนก็ได้

$$A^2 - 7A = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$$



สวัสดี  
ALPHAS

3. ให้  $x, y, z$  และ  $w$  สอดคล้องกับสมการ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & -1 \\ z & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}$$

ค่าของ  $4w-3z+2y-x$  เท่ากับเท่าใด



เรียนที่ไหนก็ได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & -1 \\ z & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}$$



สวัสดี  
ALPHAS

# การหา det

เมทริกซ์ขนาด  $1 \times 1$   $A = [a]$  จะได้  $\det A = a$

คูณขึ้นเครื่องหมายตรงข้าม

เมทริกซ์ขนาด  $2 \times 2$   $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

จะได้  $\det A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$

คูณลงเครื่องหมายเหมือนเดิม



สอนพิเศษ

เมทริกซ์ขนาด 3x3  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

จะได้  $\det A =$

คูณขึ้นเครื่องหมายตรงข้าม

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{bmatrix}$$

คูณลงเครื่องหมายเหมือนเดิม

สอน  
พิเศษ

## ดีเทอร์มิแนนต์

1.  $\det (AB) = \det A \det B$

2.  $\det (A^{-1}) = \frac{1}{\det A} ; \det A \neq 0$

3.  $\det (A^t) = \det A$

4.  $\det (kA) = k^n \det A$ ;  $n$  คือ มิติของเมทริกซ์  $A$

5.  $\det (A^n) = (\det A)^n$



6. ถ้า  $A = B$  แล้ว  $\det A = \det B$  \*\*\*\*\*

7. ถ้า  $\det A = \det B$  แล้ว ไม่จำเป็นที่  $A = B$  \*\*\*\*\*

8. ถ้าสมาชิกของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ มีแถวใดแถวหนึ่ง หรือหลักใดหลักหนึ่งเป็น 0 ทั้งหมดบอกได้ทันทีว่า  $\det$  ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 0

$$\text{เช่น } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 0$$



สอนพิเศษ



9. ถ้าสมาชิกของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ในสองแถวใด หรือสองหลักใดเท่ากันบอกได้ทันทีว่า  $\det$  ของเมทริกซ์นั้นเท่ากับ 0

เช่น  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 8 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$

10. ถ้าเมทริกซ์ใดที่กำหนดให้เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบนหรือสามเหลี่ยมล่างหรือเมทริกซ์เฉียงบอกได้ทันทีว่า  $\det$  ของเมทริกซ์ เท่ากับผลคูณของสมาชิกในเส้นทแยงมุมหลัก

เช่น  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 12, \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -24, \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -30$

สอน  
ที่  
ทศพร

11. ถ้าสมาชิกในสองแถวใด หรือสองหลักใดเป็น  $c$  เท่าของกันและกันแล้ว

จะได้  $\det = 0$

$$\text{เช่น } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 10 & 15 \\ 4 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

12. ถ้าเมทริกซ์  $B$  เกิดจากการสลับแถวคู่ใดคู่หนึ่ง หรือหลักคู่ใดคู่หนึ่งของเมทริกซ์

$A$  จะได้ว่า  $\det B = -\det A$

$$\text{เช่น } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } \det B = -\det A$$



สอนพิเศษ

4. กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$     $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$     $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

4.1 det A



## 4.2 det $C^t$



**4.3 det AB**

**4.4 det 2C**



**4.3 det  $A^{-1}$**

**4.4 det (A+B)**



5. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด  $2 \times 2$  โดยที่

$$2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

ค่าของ  $\det(A^4 B^{-1})$  เท่ากับเท่าใด



$$2A-B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \textcircled{1}$$

$$A-2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \textcircled{2}$$



สวัสดี  
ALPHAS





[www.trueplookpanya.com](http://www.trueplookpanya.com)