



วิชา คณิตศาสตร์

ตอน ตัวหารร่วมมาก(ห.ร.ม.) และ ตัวคูณร่วมน้อย(ค.ร.น.)

ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

ตัวหารร่วม หมายถึง จำนวนนับที่หารจำนวนตั้งแต่ 2 จำนวน ขึ้นไปลงตัว ตัวหารร่วมอาจจะเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า **ตัวประกอบร่วม**

ตัวอย่าง

พิจารณาจำนวนนับที่หาร 24 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

จำนวนนับที่หาร 36 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

จะเห็นว่า **ตัวหารร่วม** ของจำนวนนับ 24 และ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

ตัวหารร่วมมาก หมายถึง จำนวนนับที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งหารทุกจำนวนในกลุ่มจำนวนที่กำหนดให้ลงตัว ใช้อักษรย่อว่า **ห.ร.ม.**

ดังนั้น ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของจำนวนนับ 24 และ 36 คือ 12

การหา ห.ร.ม. โดยการหารสั้น เมื่อน้องๆอยากหา ห.ร.ม. ของ 24 และ 36 จะสามารถทำได้โดย

ตั้งหารสั้น $2 \overline{) 24, 36}$

$2 \overline{) 12, 18}$

$3 \overline{) 6, 9}$

2, 3 ไม่มีจำนวนเฉพาะใดที่หารทั้งสองจำนวนนี้ได้ **ต้องหยุด** กันที่

ดังนั้น **ห.ร.ม.** ของ 24 และ 36 = $2 \times 2 \times 3 = 12$



ข้อสังเกต สำหรับการหา ห.ร.ม. โดยการตั้งหาร

1. ในแต่ละขั้นตอนของการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะใดแล้ว ที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนที่ต้องการหาร
3. ห.ร.ม. ที่ได้คือผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน

ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

พหุคูณหรือตัวคูณของจำนวนนับใดๆ คือ จำนวนที่มีจำนวนนับนั้นเป็นตัวประกอบ

เช่น 12 เป็นพหุคูณของ 6 เพราะ 12 มี 6 เป็นตัวประกอบ

32 เป็นพหุคูณของ 8 เพราะ 32 มี 8 เป็นตัวประกอบ

เนื่องจาก พหุคูณหรือตัวคูณของ 6 ได้แก่ 6 , 12 , 18 , 24 , 30 , 36 , 42 , 48 ,

พหุคูณหรือตัวคูณของ 8 ได้แก่ 8 , 16 , 24 , 32 , 40 , 48 , 56 , 64 ,

พบว่า พหุคูณหรือตัวคูณร่วมระหว่าง 6 และ 8 ได้แก่ 24 , 48 , 72 , 96 ,

ตัวคูณร่วมน้อย หมายถึง ตัวคูณร่วมของจำนวนนับที่มีค่าน้อยที่สุด ใช้อักษรย่อว่า **ค.ร.น.**

ดังนั้น **ค.ร.น.** ของ 8 และ 6 คือ 24

การหา ค.ร.น. โดยการหารสั้น เมื่อน้องๆ อยากรหา ค.ร.น. ของ 12,18 และ 24 จะสามารถทำได้โดย

ตั้งหารสั้น	2	12	18	24
	2	6	9	12
	3	3	9	6
		1	3	2

ไม่มีจำนวนเฉพาะใดที่หารได้อย่างน้อยสองจำนวนลงตัว

ต้องหยุด กันก็

∴ **ค.ร.น.** ของ 12 , 18 และ 24 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$



ข้อสังเกต สำหรับการหา ค.ร.น. โดยการตั้งหาร

1. ในแต่ละขั้นตอนของการหาร จำนวนที่นำไปหารต้องเป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวประกอบร่วมของอย่างน้อยสองจำนวนที่ต้องการหาร
2. การหารจะยุติเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะใดแล้ว ที่เป็นตัวประกอบร่วมของสองจำนวนใดๆ ที่ต้องการหาร
3. ค.ร.น. ที่ได้คือ ผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน และผลหารที่ได้จากการหารทั้งหมด

เฉลยโจทย์ ท.ร.ม. และ ค.ร.น.

1. ท.ร.ม. ของ 24, 30, 36, 42 มีค่าเท่ากับ A และ ค.ร.น. ของ 8, 16, 24 มีค่าเท่ากับ B
จงหาค่าของ $A^2 + B$ เมื่อ $A^2 = A \times A$ (สมาคมคณิตศาสตร์)

2. พ่อค้าขายผลไม้ 3 ชนิด ขายมะม่วง 24 ผล ส้ม 40 ผล และเงาะ 56 ผล ต้องการบรรจุใส่กล่อง กล่องละเท่าๆ กัน โดยแยกชนิดกันไม่ปะปนกันและไม่เหลือผลไม้ จะบรรจุผลไม้ได้มากที่สุดกล่องละกี่ผล และต้องใช้กล่องทั้งหมดกี่กล่อง ตามลำดับ
 1. 2, 60
 2. 4, 30
 3. 8, 15
 4. 16, 7

3. ส้มราคาผลละ 8 บาท มะพร้าวราคาผลละ 6 บาท มะม่วงราคาผลละ 9 บาท
ซื้อผลไม้แต่ละชนิดโดยจ่ายเงินชนิดละเท่าๆ กัน และจ่ายเงินน้อยที่สุดจะได้ผลไม้รวมกันกี่ผล (สมาคมคณิตศาสตร์)
 1. 23 ผล
 2. 29 ผล
 3. 58 ผล
 4. 72 ผล



4. A เป็นจำนวนน้อยที่สุดที่หารด้วย 6, 10, 12 แล้วเหลือเศษ 1
B เป็นจำนวนมากที่สุดที่นำไปหาร 7, 22, 37 แล้วเหลือเศษ 2
จงหาค่า A + B

เศษส่วน อัตราส่วนและร้อยละ

เศษส่วน

เศษส่วน คือ ตัวเลขที่ใช้แทนจำนวนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$
เช่น $\frac{2}{7}$ เป็นเศษส่วนที่มี 2 เป็น **ตัวเศษ** และ 7 เป็น **ตัวส่วน**

การบวกและลบเศษส่วน

หลักการบวกเศษส่วน

- ทำส่วนของเศษส่วนที่จะนำมาบวกกันให้เท่ากัน **โดยการหา ค.ร.น. ของตัวส่วน**
แล้วทำส่วนให้เท่ากับ ค.ร.น. แล้วจึงนำตัวเศษมาบวกกัน โดยใช้หลักการบวกจำนวนเต็ม
- ในกรณีที่บวกเศษส่วนที่เป็นลบให้ทำตัวส่วนเป็นจำนวนบวกที่เท่ากัน และให้เศษเป็นจำนวนลบ

หลักการลบเศษส่วน

- ใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการลบจำนวนเต็ม คือ $a - b = a + (-b)$
- ดำเนินการเช่นเดียวกับการบวกเศษส่วน

การคูณและการหารเศษส่วน

หลักการคูณเศษส่วน

- ถ้าเป็นจำนวนคละให้ทำเป็นเศษเกิน
- นำเศษคูณเศษ และนำส่วนคูณส่วนของแต่ละตัว
- จำนวนชนิดเดียวกัน คูณกันได้จำนวนบวก
- จำนวนต่างชนิดกัน คูณกันได้จำนวนลบ

นั่นคือ
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \text{เมื่อ } b, d \neq 0$$
$$= \frac{ac}{bd}$$



หลักการหารเศษส่วน

ทำการเปลี่ยนการหารให้เป็นการคูณ โดยการเปลี่ยนเครื่องหมายหารเป็นเครื่องหมายคูณ แล้วกลับเศษเป็นส่วน และกลับส่วนเป็นเศษของตัวหาร และใช้หลักการคูณเศษส่วน

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad \text{เมื่อ } b, d \neq 0 \\ &= \frac{ad}{bc} \end{aligned}$$

อัตราส่วน

อัตราส่วน คือ การเปรียบเทียบปริมาณตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป ซึ่งอาจจะมีหน่วยเหมือนกันหรือไม่เหมือนกันก็ได้ โดยใช้สัญลักษณ์ “ : ” หรืออาจเขียนในรูปเศษส่วน

$$\text{อัตราส่วน } a \text{ ต่อ } b \text{ เขียนแทนด้วย } a : b \text{ หรือ } \frac{a}{b}$$

อัตราส่วนที่เท่ากัน

1. หลักการคูณ คูณปริมาณแรกและปริมาณหลังด้วยจำนวนเดียวกัน (ไม่เป็น 0)
2. หลักการหาร หารปริมาณแรกและปริมาณหลังด้วยจำนวนเดียวกัน (ไม่เป็น 0)

$$\text{เช่น } 2 : 3 = 2 \times \boxed{5} : 3 \times \boxed{5} = 10 : 15$$

$$14 : 21 = \frac{14}{\boxed{7}} : \frac{21}{\boxed{7}} = 2 : 3$$

ร้อยละ

ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ เป็นตัวเลขที่แสดงถึงสัดส่วนของตัวเลขจำนวนหนึ่ง เมื่อเทียบต่อ 100

เช่น
ร้อยละ 45 หรือ 45% มีค่า $\frac{45}{100}$

$$\text{และ } A\% \text{ ของ } B = \frac{A}{100} \times B$$



ตะลุยโจทย์เศษส่วน อัตราส่วนและร้อยละ

5. หาก $\frac{18}{12} + \frac{20}{16} = a \frac{b}{c}$ โดยที่ $a \frac{b}{c}$ เป็นจำนวนคละ มี $\frac{b}{c}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำแล้ว

จงหาค่าของ $\frac{a+c}{b-a}$ (แนวข้อสอบสอบเข้า ม.1)

1. 3

2. 4

3. 5

4. 6

6. ถ้า $\frac{90}{17} = 5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

แล้วค่าของ $6a + bc$ มีค่าตรงกับข้อใด (แนวข้อสอบสอบเข้า ม.1)

1. 27

2. 22

3. 18

4. 15

7. นักเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งหมด 900 คน ปรากฏว่าสอบผ่าน 70% ของนักเรียนทั้งหมด นักเรียนที่ไม่ผ่านต้องมาเรียนซ่อมเสริมทั้งหมดและมาสอบแก้ตัว ปรากฏว่าในการสอบแก้ตัวมีนักเรียนสอบผ่าน 80% ของนักเรียนที่สอบแก้ตัวทั้งหมด เหลือนักเรียนอีกกี่คนที่สอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนซ่อมเสริม (แนวข้อสอบสอบเข้า ม.1)