



วิชา วิชาสามัญ คณิตศาสตร์

ม. ปลาย ตอนที่ 01 - 02

**เรื่อง แคลคูลัส**

โดย พี่เท็บ ภาคภูมิ อร่ามวาริกุล สถาบันกวดวิชา ออนดีมานด์



สามารถรับชม **รายการสอนพิเศษ** ได้ทาง  
ทรูปลูกปัญญา TrueVisions 37 | HD 111 | PSI 188  
[www.trueplookpanya.com/tv](http://www.trueplookpanya.com/tv) f: sonsart



# ๑๑. เกล็ดความรู้



- ลิขิต
- ความต่อเนื่อง
- อนุพันธ์
- การประยุกต์อนุพันธ์
- อินทิกรต
- พื้นที่ใต้กราฟ



ਲਿਮਿਟ



# การหาค่าลิมิต

ลิมิต

พิจารณา  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

ให้แทน  $x$  ด้วย  $a$  จะได้

1.

2.

3.

4.



# การหาค่าลิมิต

ลิมิต

พิจารณา  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

ให้แทน  $x$  ด้วย  $a$  จะได้

4.  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$  สรุปลimitไม่ได้



# ความต่อเนื่อง



# ความต่อเนื่อง

$f(x)$  จะต่อเนื่องที่  $x=a$  ก็ต่อเมื่อ





# อนุพันธ์



นิยาม

อนุพันธ์

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ  $y$  เทียบกับ  $x$

จาก  $x$  ถึง  $x+h$  คือ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y$  เทียบกับ  $x$

ขณะ  $x$  ใดๆ คือ



## สูตร

$$1. \frac{d}{dx} k =$$

$$2. \frac{d}{dx} kx^n =$$

$$3. \frac{d}{dx} x^n =$$

## อนุพันธ์

$$4. (u \pm v)' =$$

$$5. (uv)' =$$

$$6. \left(\frac{u}{v}\right)' =$$



กฎลูกโซ่

$$(f \circ g)'(x) =$$

อนุพันธ์



# ตัวอย่างข้อสอบ



1. กำหนดให้  $g(x)$  เป็นพหุนามที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f$  นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ x^3 + 2x & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$$

ต่อเนื่องที่  $x = 1$

ถ้า  $(f \circ g)'(1) = 58$  แล้ว  $g'(1)$  มีค่าเท่ากับข้อใด

1) -2

2) -1

3) 0

4) 1

5) 2



$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ x^3 + 2x & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$$

ต่อเนื่องที่  $x = 1$



ถ้า  $(f \circ g)'(1) = 58$  แล้ว  $g'(1)$  มีค่าเท่ากับข้อใด





$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{เมื่อ } x \leq 1 \\ x^3 + 2x & \text{เมื่อ } x > 1 \end{cases}$$



# การประยุกต์ต่อผู้พันธ์

(1)



# โลบิตทา

การประยุกต์อนุพันธ์

$$\text{ถ้า } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$$

$$\text{แล้ว } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} =$$



# ตัวอย่างข้อสอบ



2. ให้  $f(x)$  เป็นฟังก์ชัน ถ้าเส้นตรง  $2y = 3x+2$

สัมผัสกราฟ  $y = f(x)$  ที่จุด  $(0,1)$

แล้ว  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

1)  $-3/2$

2)  $-1/2$

3)  $3/2$

4)  $2$

5)  $5/2$



เส้นตรง  $2y = 3x+2$  สัมผัสกราฟ  $y = f(x)$  ที่จุด  $(0,1)$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} \quad \text{มีค่าเท่ากับเท่าใด}$$



# การประยุกต์ต่อผู้พันธ์

(2)





# ความชัน/เส้นสัมผัสเส้นโค้ง

การประยุกต์อนุพันธ์

ความชันของเส้นโค้ง  $f(x)$  ที่  $x$  ใดๆ คือ

ความชันของเส้นโค้ง  $f(x)$  ที่  $x = a$  คือ

ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง  $f(x)$  ที่  $x = a$

มีค่าเท่ากับ ความชันของเส้นโค้ง  $f(x)$  ที่  $x = a$



ฟังก์ชันเพิ่ม, ฟังก์ชันลด

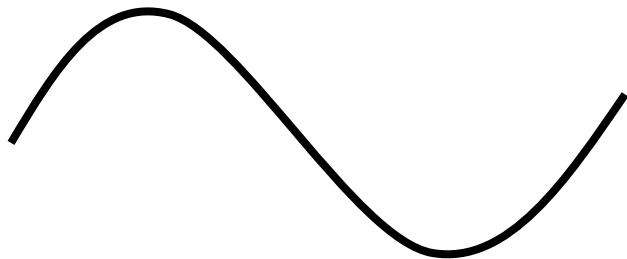
การประยุกต์อนุพันธ์

ฟังก์ชันเพิ่ม

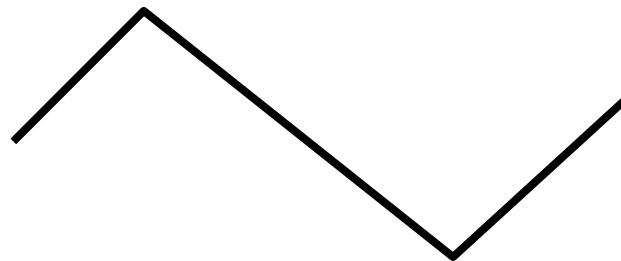
ฟังก์ชันลด



# สูงสุด/ต่ำสุด สัมพันธ์



# การประยุกต์อนุพันธ์



1. หาค่า  $x$  ที่ทำให้

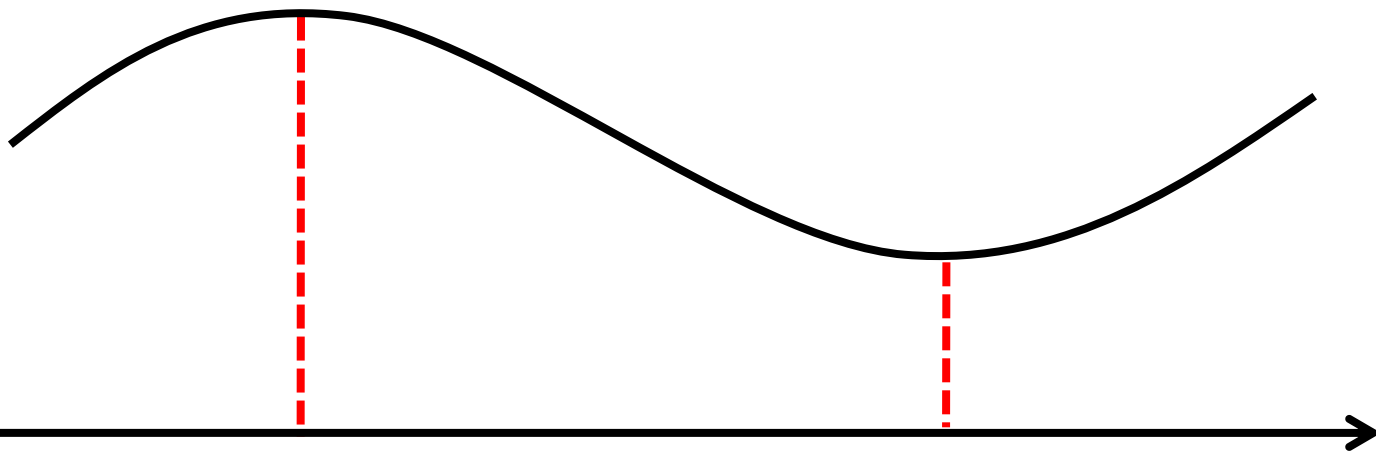


2. ทดสอบ จุดสูงสุดสัมพันธ์ / ต่ำสุดสัมพันธ์

# สูงสุด/ต่ำสุด สัมพันธ์

การประยุกต์อนุพันธ์

## 2. ทดสอบ จุดสูงสุดสัมพันธ์ / ต่ำสุดสัมพันธ์



# อินทรี



ปฏิกิริยาอนุพันธ์

อินทิเกรต

$F(x)$  เป็นปฏิกิริยาอนุพันธ์ของ  $f(x)$  ก็ต่อเมื่อ



# สูตรอินทิเกรต ไม่จำกัดเขต

อินทิเกรต

1.  $\int k \, dx =$

2.  $\int kx^n \, dx =$



# สูตรอินทิเกรต ไม่จำกัดเขต

อินทิเกรต

$$3. \int x^n dx =$$

$$4. \int [ f(x) \pm g(x) ] dx =$$





# ตัวอย่างข้อสอบ



1. กำหนดให้เส้นโค้ง  $y = f(x)$  ผ่านจุด  $(1,0)$  และมี  
ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(x,y)$  ใดๆ เท่ากับ  $4x+1$   
ถ้า  $F(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์หนึ่งของ  $f(x)$  แล้ว  
 $F(x)$  มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่  $x$  เท่ากับเท่าใด

1) -2

2)  $-3/2$

3) -1

4) 1

5)  $3/2$



ถ้า  $F(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์หนึ่งของ  $f(x)$  แล้ว  
 $F(x)$  มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่  $x$  เท่ากับเท่าใด



กำหนดให้เส้นโค้ง  $y = f(x)$  ผ่านจุด  $(1,0)$  และมี  
ความชันของเส้นโค้งที่จุด  $(x,y)$  ใดๆ เท่ากับ  $4x+1$



$$f(x) = 2x^2 + x - 3$$



# การอินทิเกรตจำกัดเขต



# การอินทิเกรตจำกัดเขต

อินทิเกรต

ให้  $F(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของ  $f(x)$

$$\int_a^b f(x) dx =$$



# สูตรอินทิเกรต จำกัดเขต

อินทิเกรต

1.  $\int_a^b f(x) dx =$

2. ถ้า  $a < c < b$



แล้ว

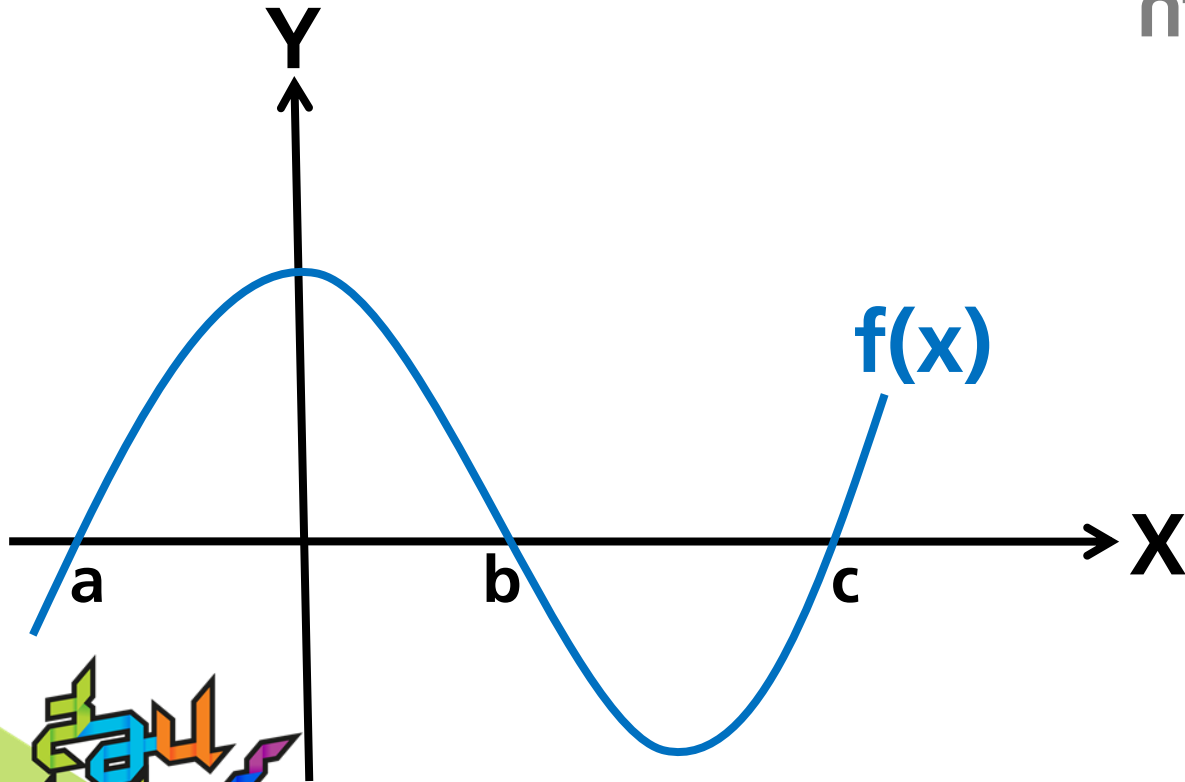
$\int_a^b f(x) dx =$



# การหาพื้นที่ใต้กราฟ



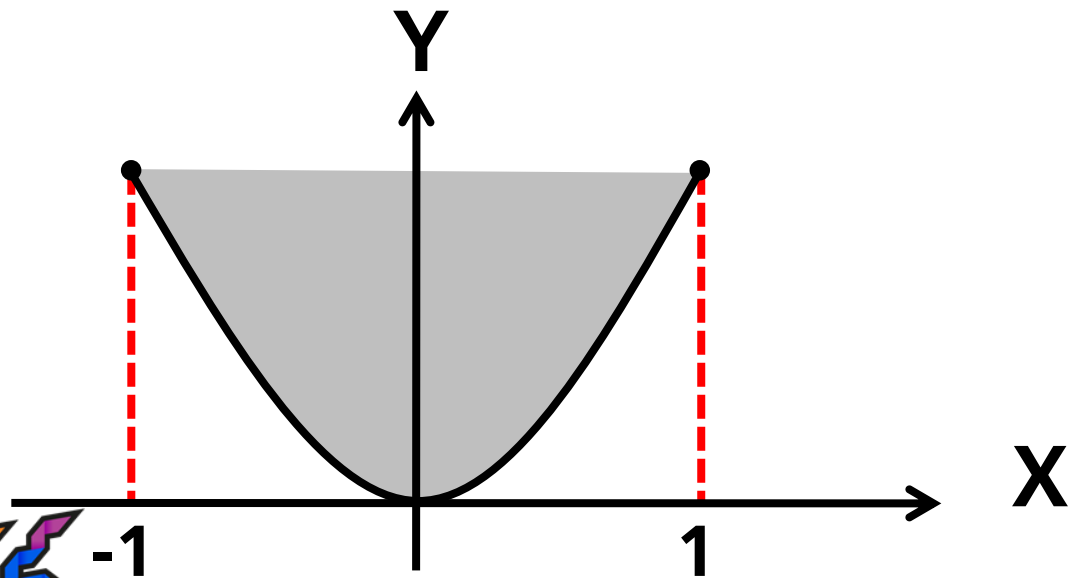
# การหาพื้นที่ใต้กราฟ

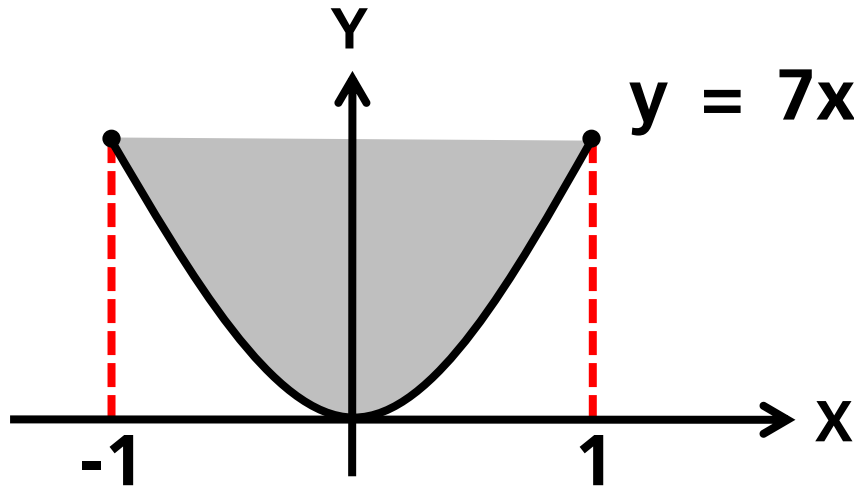


วิชา  
คณิตศาสตร์

2. จากกราฟ  $y = 7x^6 + 10x^4 + 6x^2$  ;  $x \in [-1, 1]$

จงหาพื้นที่แรเงา





$$y = 7x^6 + 10x^4 + 6x^2$$

دول  
مفاهيم



[www.trueplookpanya.com](http://www.trueplookpanya.com)